

تاريخ الـرسـال (2019-01-07). تاريخ قبول النشر (2019-01-23)

*1	د. محمد نعيم أبو سكران	اسم الباحث الأول:
2	أ.د. محبات محمود أبو عميرة	اسم الباحث الثاني:
3	أ.د. منال فاروق سطوحى	اسم الباحث الثالث:
4	د. محمد أحمد المشد	اسم الباحث الرابع:
	قسم المناهج - كلية التربية - الجامعة الإسلامية - فلسطين	1 اسم الجامعة والبلد (لأول)
	قسم المناهج - كلية البنات - جامعة عين شمس - مصر	2 اسم الجامعة والبلد (لثاني)
	قسم المناهج - كلية البنات - جامعة عين شمس - مصر	3 اسم الجامعة والبلد (لثالث)
	قسم المناهج - كلية البنات - جامعة عين شمس - مصر	3 اسم الجامعة والبلد (الرابع)

البريد الإلكتروني للباحث المرسل:

E-mail address: mabusakran@iugaza.edu.ps

فاعلية برنامج مقترح قائم على القوة الرياضية في تنمية مهارات التواصل الرياضياتي لدى طالبات الصف العاشر بمدينة غزة

المخلص:

هدف البحث إلى بناء برنامج مقترح قائم على القوة الرياضياتية، وقياس فاعليته في تنمية مهارات التواصل الرياضياتي لدى طالبات الصف العاشر في فلسطين. وتضمن البرنامج المقترح (3) فصول في موضوعات الاقترانات، ودليل لمعلم الرياضيات، وتمثلت أدوات القياس في اختبار لمهارات التواصل الرياضياتي الكتابي (الكتابة، التمثيل)، وبطاقة مقابلة لمهارات التواصل الرياضياتي الشفهي (القراءة، التحدث، الاستماع)، والتي تم تطبيقها قبل وبعد تدريس البرنامج المقترح على مجموعة البحث، التي تكونت من (30) طالبة من الصف العاشر الأساسي بمدرسة دلال المغربي الثانوية بمدينة غزة. وتوصل البحث إلى فاعلية البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية في تنمية مهارات التواصل الرياضياتي الكتابي والشفهي لدى طالبات الصف العاشر.

كلمات مفتاحية: القوة الرياضياتية - الاقترانات - التواصل الرياضياتي.

The effectiveness of a suggested program based on Mathematical Power in development mathematical communication Skills for The Tenth Grade Students in Gaza City

Abstract:

This research aims to present a proposed program based on Mathematical Power in development mathematical communication Skills for The Tenth Grade Students in Gaza City. The proposed program includes (3) units in Real Functions, and math teacher's guide. Measurement tool is Mathematical communication test (written) and Interview for Oral Mathematical communication. which is applied pre- and post-teaching the proposed program to the research group. The tools of the research were applied on a group of (30) tenth graders From Dalal al-Maghrabi Secondary School in Gaza City. The data analysis reveals that the proposed program has the effectiveness of development the mathematical communication Skills for The Tenth Grade Students.

Keywords: Mathematical Power - Real Functions - mathematical communication

• المقدمة:

الرياضيات علمٌ واسع، يؤسس لعلومٍ أخرى، لذلك فإنّه يحتاج - كما في الحياة - إلى لغةٍ يمكن من خلالها الانتقال بين فروعهِ ومجالاتهِ الواسعة. وهذه اللغة الخاصة بالرياضيات هي: مفرداتها، ورموزها، ومصطلحاتها، ومفاهيمها، وعلاقاتها، ومبادئها، وإجراءاتها. والعلاقة بين اللغة والرياضيات وثيقة، إذ إنّهُ من المستحيل تحليل صورة ذهنية إلى مكوناتها الجزئية دون استخدام الألفاظ - كأداة للغويين - أو دون استخدام الرموز - كأداة للرياضيين - فاللغة وعاء للعلم، وهي تمثل أساس عمليات التفكير لصنوف المعرفة (الحمضيات، 2002: 61).

والرياضيات كلغة تساعد الإنسان على التفكير وحل المشكلات التي تواجهه في حياته اليومية على المستوى الشخصي وعلى المستوى المهني أو الوظيفي، وتساعد أيضاً في تبادل وتوصيل مجموعة من الأفكار بوضوح ودقة إلى الآخرين (السعيد وعبد الحميد، 2010: 189). ويطلق على لغة الرياضيات (اللغة العالمية) وذلك للأسباب التي أعطاها جاليليو وهي: استخدامها للاستنتاج، وقدرتها على حل مجموعة من المشكلات (السعيد والباز، 2010: 135).

وحيث إنّ للرياضيات خصوصية تنفرد بها عن سائر العلوم، فإن تعلم الرياضيات يتضمن تعلم قراءة وكتابة لغتها والاستماع إلى هذه اللغة، ومناقشة موضوعاتها، وفهم وإدراك قواعد التعبير عنها أو التعبير بها. لذا فإن الطالب عندما يُطلب منه حل مشكلة أو أن يجيب عن سؤال ينبغي أن يكون قادراً على التعبير عن فكره بلغة واضحة تُقنع المستمع والمعلم (عبيد، 2004: 52).

وأكد بدوي (2007: 14) على أن فهم الرياضيات واستخدامها بنجاح، يحتاج إلى تنمية قدرات الطالب على استقبال الأفكار الرياضية والتعبير عنها، وعندما يتعلم الطلبة أن يتواصلوا رياضياً، فسوف يصبحون قادرين على طرح أسئلة بين بعضهم البعض، وبناء الحدس، ومشاركة الأفكار وتوضيحها، واقتراح استراتيجيات، وشرح وتفسير أفكارهم.

وقد اهتمت مؤسسات تعليم الرياضيات العالمية بلغة الرياضيات وكيفية كتابتها وقراءتها وتمثيلها، حيث أكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) على ضرورة تمكين الطلبة من التعبير عن الأفكار الرياضية بالشرح والتفسير، وتحويل المعارف الرياضية للطلبة إلى استراتيجيات تفكير الآخرين، واستخدام الطلبة للغة الرياضيات بمعناها الدقيق لوصف الأفكار الرياضية للآخرين.

وتعتبر هذه المهارات والقدرات الرياضياتية ممثلةً لأحد أهم معايير الرياضيات العالمية، وجزء أساسي من عمليات القوة الرياضياتية (Mathematical Power)، حيث تُعبّر القوة الرياضياتية عن مقدرة الطالب على أداء المهام الرياضية من خلال توظيف التفكير الرياضي لأغراض متعددة (أبو عميرة، 2000: 35). وهذا ما أشار إليه المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 1998) باعتبار القوة الرياضية هي الحد الأقصى من المعرفة الرياضية التي يوظفها الطالب في التفكير والتواصل في الرياضيات، والاستدلال والتفكير إبداعياً ونقدياً.

ويشير المجلس القومي للإنجاز التربوي (NAEP, 2002: 2) إلى أن القوة الرياضية تمثل شخصية الطالب الرياضية، والتي تصف قدرته على التواصل والترابط والاستدلال رياضياً، وتهدف إلى تحديد مستوى المعرفة والعمليات الرياضية التي يمتلكها المتعلم. ويُعرّفها ساهين وبكي (Sahin, Baki, 2010: 1370) بأنها: فاعلية الطالب في توظيف المعرفة الرياضية في حل مشاكل غير مألوفة من خلال التواصل في المعرفة الرياضية وإنشاء الترابطات بين عناصرها.

وتتضمن القوة الرياضية ثلاث مجالات هي المحتوى الرياضي الذي يشمل: الأعداد والعمليات عليها الجبر، الهندسة، القياس، الإحصاء والاحتمال، ومجال المعرفة الرياضية الذي يشمل: المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية، المشكلات الرياضية، ومجال العمليات الرياضية، الذي يشمل عمليات: التواصل، الترابط، الاستدلال، والتمثيل الرياضي (NCES, 2007: NAEP, 2002).

وأشارت العديد من الدراسات (عبدة، 2006؛ Sahin & Baki, 2010؛ Kusmaryonom & Suyitn, 2015؛ الغزالي، 2016) التي تناولت القوة الرياضية إلى ضرورة أن يتحول تقويم المعرفة الرياضية من الطرق التقليدية إلى تقييم القوة الرياضية، وضرورة تضمين أبعاد القوة الرياضية وعملياتها (التواصل، الترابط، الاستدلال، التمثيل) في المحتوى الرياضي في مناهج الرياضيات، بالإضافة إلى تصميم برامج تعليمية في ضوء معايير القوة الرياضية، وضرورة الاستفادة من النظرة الجديدة للمعرفة الرياضية وتوظيفها في بناء الأنشطة والمهام الرياضية، وزيادة ربط الأنشطة داخل المحتوى الرياضي بالمهارات غير التقليدية، وضرورة إعطاء فرصة لطرائق تدريس جديدة.

وترتبط قوة الطالب رياضياً باتساع وعمق عملية تفكيره في المحتوى الرياضي، فلم يعد يكفي أن يكون تعلم المهارات الحسابية - وكيفية أدائها وتوظيفها في حل المسائل واسترجاع المعرفة الرياضية - هو المعيار الأساسي للحكم على قوة الطالب رياضياً؛ ولكن ينبغي على مُتعلم الرياضيات أن يتمتع بمهارات وقدرات خاصة يستطيع من خلالها أن يجري مناقشات حول الموضوعات الرياضية، وأن يفكر بشكلٍ حرٍّ لإنتاج المعرفة الرياضية، والاستفادة منها وتوظيفها في مواقف جديدة، وأن يستخدم لغة الرياضيات في إيصال أفكاره للآخرين.

وهذا ما يُعرف بالتواصل الرياضي (Mathematical Communication) الذي يُمكن المتعلم من استخدام اللغة الخاصة بالرياضيات عند مواجهة المواقف الرياضية سواء أكانت مكتوبة أم مرسومة أم مقروءة وتفسيرها وفهمها من خلال المناقشات الرياضية الشفهية أو المكتوبة بينه وبين الآخرين سواء أكان زملاء الدراسة أم معلم الرياضيات.

ولهذا يُعتبر التواصل الرياضي أحد أهم العمليات الرياضية المكونة للقوة الرياضياتية؛ لضرورته في تعليم الرياضيات وتعلمها، فللرياضيات لغة خاصة بها من حيث المصطلحات والرموز والتمثيلات التي تُعبر عن محتواها، وبالتالي فإن تعليم الرياضيات وتعلمها لا يتم إلا بالقدرة على القراءة والكتابة بلغة الرياضيات، والحديث والاستماع إلى لغة الرياضيات، وإجراء التمثيل الرياضي لمسائلها.

واتفقت العديد من المصادر والبحوث التربوية (NCTM, 2000؛ NAEP, 2002؛ بدوي، 2007؛ Lim. & Chew, 2007؛ السعيد والراز، 2010؛ شومان، 2016) التي تناولت التواصل الرياضي على أنه يمثل: قدرة الطالب على استخدام وتوظيف لغة الرياضيات للتعبير عن أفكاره وفهمه الرياضي بشكل مكتوب أو مسموع أو مقروء أو من خلال المناقشات والحوارات المكتوبة أو الشفهية، بالإضافة إلى التعبير عن الأفكار من خلال تمثيل المفاهيم والأفكار الرياضية بأشكال متعددة.

ويتضمن التواصل الرياضي مهارات يُشيرُ توافرها لدى الطالب إلى تمكنه من التواصل الرياضي، ومنها: إمكانية تفسير وتبرير الأفكار للآخرين بوضوح ودون لبس، وإمكانية استخدام وفهم لغة الرياضيات الخاصة المكتوبة أو المسموعة، وإظهار تمكن أثناء إجراء نقاش أو حوار مع زميله أو معلمه حول مفهوم أو فكرة رياضية، وإعادة تمثيل المفاهيم والأفكار بأشكال متعددة تتضمن استخدام الرموز والأشكال والرسوم البيانية والصيغ الحبرية واللفظية.

وقد أثبتت العديد من الدراسات (Neria, & Amit, 2004؛ البعجاوي، 2006؛ Qohar, & Sumarmo, 2013؛ قرشم، 2014؛ شيخ العيد، 2014؛ الشاطر، 2015؛ شومان، 2016) أن تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلبة التعليم العام ممكنة إذا ما توافر المحتوى الرياضي الداعم لهذه المهارات، وإذا ما توافرت طرائق واستراتيجيات تدريس الرياضيات التي تُمكن الطالب من التواصل في الرياضيات وحول الرياضيات، وكذلك توافر الأنشطة التي تعتمد على الكتابة والقراءة والمناقشة والاستماع والتمثيل الرياضي، فضلاً عن ذلك ضرورة التحول من أساليب التقويم التقليدية إلى أساليب تعتمد على قياس مهارات التواصل الرياضي.

وكذلك أوصت تلك الدراسات بضرورة الكشف عن مهارات التواصل الرياضي لدى الطلبة، وذلك للوقوف على مستواهم في التواصل الرياضي، ومن ثم تقديم الدعم والتغذية الراجعة المناسبة لهم، وأوصت كذلك بضرورة تقديم وصياغة المحتوى الرياضي بصورة تتضمن مهارات التواصل الرياضي، وإثراء محتوى الرياضيات بالأنشطة التعليمية الرياضية القائمة على الكتابة والقراءة، والمناقشة والحوار مع الآخرين، وضرورة إعداد دليل لمعلم الرياضيات ليرشده في كيفية إعداد دروس الرياضيات وتضمينها بأنشطة مهارات التواصل الرياضي، وإعداد الأدوات المناسبة لقياسها.

ويتطلب تطوير مهارات التواصل الرياضي لدى الطلبة اهتماماً كبيراً من قبل القائمين على عملية تعليم الرياضيات وتعلمها، فمعلم الرياضيات ومنهاج الرياضيات بعناصره المختلفة (الأهداف، المحتوى، الأنشطة، استراتيجيات التدريس، التقويم)، يجب أن يسهموا في تعزيز قدرات الطلبة على التواصل في الرياضيات وحولها، وتمكينهم من مهاراته المختلفة. ولهذا ينبغي على أي برنامج تعليمي أو محتوى رياضي أن يتضمن تمكين الطلبة من: تنظيم الأفكار الرياضية، وتمثيل المواقف والعلاقات الرياضية بصورة مختلفة ومتعددة، ونقل المعرفة الرياضية للآخرين بشكل مترابط وواضح، وتحليل وتقويم الحلول والمناقشات الرياضية المقدمة من الزملاء أو المعلمين، واستخدام لغة الرياضيات لوصف هذه الأفكار بوضوح (قرشم، 2014: 83). ولهذا ارتأى الباحث تقديم برنامج مقترح قائم على القوة الرياضية لبيان فاعليته في تنمية مهارات التواصل الرياضي الكتابي والشفهي لدى طالبات الصف العاشر.

وبعد استعراض تلك المنطلقات الفكرية والحيثيات فإن تدريس الرياضيات من خلال برنامج تعليمي رياضي قائم على القوة الرياضية أصبح أمراً ضرورياً؛ فبناء محتوى رياضي يحقق معايير القوة الرياضية وعملياتها، وتنوع طرائق واستراتيجيات التدريس التي تدعم وتعزز مهارات التواصل الرياضي لدى الطالبات.

وقد نبغ الإحساسُ بمشكلة الدراسة من خلال ملاحظة الباحث المباشرة أثناء زيارته الإشرافية لطلبة التربية العملي وجود ضعف لدى الطلبة في القدرة على التعبير عن الأفكار والآراء، إضافة إلى نتائج وتوصيات الدراسات السابقة التي أكدت على ضرورة الاهتمام بتطوير تعليم الرياضيات، وتحديث المحتوى الرياضي، وتقديم برامج تعليمية لتنمية مهارات التواصل الرياضي في الرياضيات لدى الطلبة، وكذلك نتائج اختبار مهارات التواصل الرياضي الاستطلاعي الذي طبقه الباحث على (38) طالبة من طالبات الصف العاشر في العام الدراسي 2015/2016م.

• مشكلة البحث وأسئلته:

تأسيساً على ما سبق تتحدد مشكلة البحث في ضعف مهارات التواصل الرياضي لدى طالبات الصف العاشر الأساسي بمدينة غزة، وقد يرجع ذلك الضعف إلى عدم الاهتمام بتنمية مهارات التواصل الرياضي سواء ضمن منهاج الرياضيات الفلسطيني، أو الأنشطة والوسائل والاستراتيجيات التدريسية المستخدمة، وقد يعود ذلك إلى عدم مناسبة أدوات التقويم المستخدمة. وقد يرجع كذلك إلى ضعف ممارسات التدريس الداعمة للتواصل الرياضي.

وعليه فإن مشكلة البحث تتحدد بدقة في السؤال الرئيس الآتي:

ما فاعلية برنامج مقترح قائم على القوة الرياضية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طالبات الصف العاشر بمدينة غزة؟ وينبثق عنه الأسئلة الآتية:

1. ما صورة البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضية لطالبات الصف العاشر؟
 2. ما فاعلية البرنامج المقترح في تنمية مهارات التواصل الرياضي الكتابي لدى طالبات الصف العاشر؟
 3. ما فاعلية البرنامج المقترح في تنمية مهارات التواصل الرياضي الشفهي لدى طالبات الصف العاشر؟
- فروض البحث: سعى البحث إلى التحقق من صحة الفروض الآتية:

1. يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار التواصل الرياضي الكتابي.
 2. يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضي الكتابي.
 3. يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية فاعلية في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث بنسبة أكبر من (1.2) حسب النسبة المعدلة للكسب لبليك.
 4. يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيقين القبلي والبعدي لبطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي.
 5. يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسط درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيق البعدي لبطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي ودرجة التمكن (80%).
 6. يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضي الشفهي.
 7. يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية فاعلية في تنمية التواصل الرياضي الشفهي لدى عينة البحث بنسبة أكبر من (1.2) حسب النسبة المعدلة للكسب لبليك.
- أهمية البحث: تكمن أهمية البحث في كونه:
1. يواكب اتجاهات وتوصيات وزارة التربية والتعليم الفلسطينية بالسعي إلى تطوير مهارات التواصل الرياضي لدى طلبة التعليم العام.
 2. يتناول موضوعاً هاماً في تعليم الرياضيات وهو القوة الرياضياتية كمدخل حديث في بناء وتقييم المعرفة الرياضية، ويقدم للباحثين وللمعلمي الرياضيات إطاراً لكيفية توظيفه في تطوير تعليم وتعلم الرياضيات.
 3. يقدم دليل لمعلمي الرياضيات يكون مرشداً لهم في تدريس الرياضيات للصف العاشر الأساسي اعتماداً على البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضية.
 4. يزود المعلمين والباحثين بأدوات مقننة لقياس مهارات التواصل الرياضي الكتابية والشفهية لدى الطلبة.
 5. قد يفيد هذا البحث واضعي المناهج والمشرفين والمعلمين والباحثين في مجال تعليم وتعلم الرياضيات.
- حدود البحث: اقتصر البحث على ما يأتي:
- موضوعات الاقترانات ضمن أحد فروع محتوى الرياضيات (الجبر) وذلك لأهمية هذه الموضوعات في البنية المعرفية الرياضية لطالبات الصف العاشر.
 - مجموعة من طالبات الصف العاشر الأساسي بمدرسة دلال المغربي الثانوية (ب) للبنات التابعة لمديرية شرق غزة. والبالغ عددها (30) طالبة، والمسجلات للدراسة في الفصل الدراسي الثاني للعام 2016/2017م.
 - مهارات التواصل الرياضي الكتابية: وتشمل مهارة الكتابة الرياضية ومهارات التمثيل الرياضي، ومهارة التواصل الرياضي الشفهي وتشمل مهارة التحدث بلغة الرياضيات ومهارة القراءة الرياضية ومهارة الاستماع.
- مصطلحات البحث: عرّف الباحث مصطلحات البحث إجرائياً كما يأتي:
- القوة الرياضية: يعرفها الباحث إجرائياً بأنها: مدخل غير نمطي لبناء رياضي يصف قدرات طالبة الصف العاشر الأساسي على توظيف وإعادة استخدام المعرفة الرياضية (المفاهيمية، الإجرائية، المشكلات الرياضية) في موضوعات الاقترانات الحقيقية؛ لتحقيق التواصل بلغة الرياضيات، وإجراء ترابطات حول الرياضيات وخارجها، واستنتاج معارف رياضية، وإعادة تمثيلها بطرق أخرى، وينعكس ذلك على ثقة الطالبة بقدراتها، وشعورها بنفع الرياضيات وأهميتها.

- **التواصل الرياضي:** يعرفه الباحث إجرائياً بأنه: قدرة طالبة الصف العاشر الأساسي على استخدام لغة الرياضيات والمنطق بأسلوب مترابط وواضح في التعبير عن أفكارها الرياضية، بحيث تستطيع توضيحها للآخرين في المواقف الرياضية التعليمية المختلفة (تحدثاً وكتابةً وتمثيلاً)، دون لبس أو غموض، وكذلك قدرتها على استقبال وفهم هذه الأفكار الرياضية فهماً دقيقاً. ويتضمن التواصل الرياضي:

○ **التواصل الرياضي الكتابي:** ويشمل (الكتابة، التمثيل)، ويقاس بالدرجة الكلية التي تحصل عليها الطالبة في اختبار التواصل الرياضي الكتابي المعد لهذا الهدف.

○ **التواصل الرياضي الشفهي:** ويشمل (القراءة، التحدث، الاستماع)، ويقاس بالدرجة الكلية التي تحصل عليها الطالبة في بطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي المعد لهذا الهدف.

الإطار النظري والدراسات السابقة:

أولاً: القوة الرياضيَّة:

تُمثِّل القوة الرياضيَّة الهدف الأبرز الذي تسعى لتحقيقه المؤسسات التربوية الدولية والمحلية، إذ إنَّ قوة الطالب رياضياً يُمكن أن تحقق ما تصبو إليه الأنظمة التربوية من تحسين وتطوير مستوى أبنائها الطلبة محلياً وعالمياً، ويُعرِّف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات القوة الرياضيَّة بأنها: "الحد الأقصى من المعرفة الرياضية التي يستطيع الطالب الاستفادة منها وتوظيفها في التفكير الرياضي والتواصل رياضياً وحياتياً" (NCTM, 1989: 205). فيما اعتبرها سيمين (Cimena, 2010: 4464) أنها: الكفاءة الرياضيَّة الشاملة التي يمكن وصفها بأنها قدرة الفرد الرياضيَّة في فهم المعرفة المفاهيمية والإجرائية، والتواصل الرياضي، والاستدلال، وحل المشكلات، والتفكير الرياضي، وإجراء ترابطات رياضية.

ويُعرِّفها القوة الرياضيَّة على أنها: مدخل غير نمطي لبناء رياضي يصف قدرات طالبة الصف العاشر على توظيف وإعادة استخدام المعرفة الرياضية (المفاهيمية والإجرائية، وحل المشكلات) في موضوعات الاقترانات الحقيقية؛ لتحقيق التواصل بلغة الرياضيات، وإجراء ترابطات حول الرياضيات وخارجها، واستقراء واستنتاج معارف رياضية جديدة، وينعكس ذلك على ثقة الطالب بقدراته، وشعوره بنفعية الرياضيات.

• مكونات القوة الرياضيَّة:

1. **المحتوى الرياضي:** احتوت وثيقة المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) على خمس مجالات للمحتوى الرياضي. ويتضمن المحتوى الرياضي:

- مجال العدد والعمليات: يتضمن فهم الأعداد وتمثيلها والعلاقات فيما بينها، وفهم الأنظمة العددية، وفهم العمليات وارتباطها ببعضها، والحساب بسهولة وطلاقة، وعمل تقديرات معقولة.

- مجال الجبر: يتضمن فهم النماذج والعلاقات والدوال، وتمثيل وتحليل البنى الرياضيَّة باستخدام الرموز الجبرية، واستخدام النماذج الرياضيَّة لتمثيل وفهم العلاقات الكمية.

- مجال الهندسة: يتضمن وصف الأشكال الهندسية ثنائية وثلاثية الأبعاد، وتحديد العلاقات المكانية.

- مجال القياس: يتضمن فهم خصائص الأجسام القابلة للقياس ووحدات القياس، واستخدام أدوات القياس المناسبة.

- مجال الإحصاء والاحتمال: يتضمن جمع وتنظيم وعرض البيانات، واستخدام المفاهيم الأساسية في الاحتمالات.

2. **المعرفة الرياضيَّة:** تُعرِّف المعرفة الرياضية بأنها "معرفة البنى الرياضيَّة، والمفاهيمية، والتعميمات، والإجراءات، وإدراك العلاقة بين هذه العناصر" وتتضمن المعرفة الرياضية:

- المعرفة المفاهيمية: تُمثِّل إدراك المكونات الأساسية للعلاقات الرياضيَّة وترابطها، بحيث توضَّح وتُعطي معنى للإجراءات الرياضيَّة (المطرب، 2015: 201).

- المعرفة الإجرائية: وتعني التمكن من المهارات الحسابية والمعرفة بالإجراءات لتحديد التراكيب والخوارزميات ومعرفة كيفية تحديد مشكلة في شكلها العام ومعرفة كيفية حلها حلاً صحيحاً.
- حل المشكلات الرياضية: تعتبر نشاطاً عقلياً عالياً، يتضمن العديد من العمليات العقلية المتداخلة مثل التخيل والتصور والتذكر والتعميم والتحليل بالإضافة إلى المعلومات والمهارات (الصادق، 2001: 243).
- 3. **العمليات الرياضية:** تمثل العمليات الرياضية مصدراً أساسياً للقوة الرياضياتية، وتتضمن العمليات الرياضية:
 - التواصل الرياضي: يعتبر التواصل الرياضي أحد أهم مكونات بُعد العمليات الرياضية؛ ويُعرف بأنه قدرة الطالب على فهم التعبيرات الرياضية والتعبير عن الأفكار المتضمنة داخلها وحل المشكلات الرياضية والتحاور مع الآخرين من خلال جمل مكتوبة بلغة الرياضيات بشكل سليم" (السعيد والباز، 2010: 139).
 - الترابط الرياضي: يتضمن إدراك الطالب للعلاقة بين موضوعات الرياضيات، وبين المواد المختلفة، وإدراك العلاقة بين محتويات المدرسة وما يربطها بمفردات حياة الطالب الحقيقية (السعيد وعبد الحميد، 2010: 219).
 - التمثيل الرياضي: هو تكوين ينشأ عند تمثيل علاقة أو مفهوم رياضي ما بطريقة أخرى (Goldin, 2002: 208)، ومن خلاله يمكن عرض المفاهيم الرياضية بالصورة أو الرسم أو الرمز (عوض الله، 2003: 107).
 - الاستدلال الرياضي: يمثل عملية تفكير تتضمن وضع الحقائق أو المعلومات بطريقة منظمة تؤدي إلى استنتاج أو حل مشكلة، ويتم ذلك بالاستناد إلى قواعد واستراتيجيات محددة (شحاته والنجار، 2003: 38).
- **الدراسات السابقة التي تناولت القوة الرياضية:**
 - تناولت العديد من الدراسات القوة الرياضية، ومن هذه الدراسات:
 - **دراسة عبيدة (2006):** هدفت إلى تطوير منهج الرياضيات في ضوء المعايير المعاصرة وقياس أثر المنهج المطور في تنمية القوة الرياضية. وأظهرت النتائج فاعلية المنهج المطور في تنمية القوة الرياضية لدى طلبة المرحلة الابتدائية من المجموعة التجريبية.
 - **دراسة ساهين وباكي (Sahin & Baki, 2010):** هدفت إلى بناء نموذج لتقييم القوة الرياضية من خلال "سلم تقدير أعمال الطلبة" (rubrics) كمدخل تقيمي للقوة الرياضية. وأظهرت النتائج أن سلم تقدير أعمال الطلبة ساهم في تقييم أبعاد متعددة من أداء المتعلمين، مثل: مهارات حل المشكلات الرياضية ومهارات اتخاذ القرار، وتقييم المعرفة الرياضية والتي لم يصل فيها الطلاب إلى مستوى مرتفع من القوة الرياضية.
 - **دراسة القبيلات والمقدادي (2014):** هدفت إلى التدريس وفق القوة الرياضية وبيان أثره على استيعاب المفاهيم الرياضية لدى طالبات الصف الثامن الأساسي بالأردن. وكشفت النتائج عن تفوق المجموعة التجريبية على الضابطة في اختبار الاستيعاب المفاهيمي في مستوياته المختلفة.
 - **دراسة عمر (2015):** هدفت إلى اقتراح برنامج قائم على القوة الرياضية وبيان أثره في تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي وتفكيرهم الرياضي. وتوصلت النتائج عن تفوق المجموعة التجريبية على الضابطة في اختباري التحصيلي والتفكير الرياضي.
 - **دراسة كسماريونوم، وسويتن (Kusmaryonom & Suyitn, 2015):** هدفت إلى التعرف على القوة الرياضية لدى طلاب الصف الرابع الأساسي على أساس النظرية البنائية، وذلك من خلال مراقبة الطلبة في حل المشكلات الرياضية ويتم التعلم من خلال الأسئلة والتعلم بالاكشاف. وكشفت النتائج عن وجود صعوبات لدى الطلبة في تعلم الرياضيات، وهذه الصعوبات تنعكس على نضج الطلاب المعرفي. وبيّنت أن القوة الرياضية تؤثر بشكل إيجابي في قدرة الطلبة على التفكير.

■ **دراسة الغزالي (2016):** هدفت إلى الكشف عن فاعلية استراتيجية قائمة على الترابطات الرياضية في تنمية القوة الرياضية ومهارات ما وراء المعرفة لدى طلاب المرحلة الثانوية. وتوصلت النتائج إلى تفوق طلاب المجموعة التجريبية في نتائج التطبيق البعدي لاختبار القوة الرياضية ومقياس ما وراء المعرفة.

وأظهرت نتائج الدراسات التي تناولت القوة الرياضية وعملياتها أن القوة الرياضيَّة ساهمت في تنمية أنماط مختلفة من التفكير، وأدت إلى تحسين اتجاهات الطلاب وقدراتهم على التواصل. وأوصت الدراسات بضرورة تضمين المناهج الدراسية تطبيقات واقعية حياتية، وأوصت بضرورة تدريب المعلمين على توظيف القوة الرياضيَّة في إعداد أنشطة تواصلية وترابطية وتمثيلية أثناء تدريس الرياضيات.

ثانياً: التواصل الرياضي:

يُعتبر التواصل الرياضي هدفاً من الأهداف الرئيسية التي حازت اهتمام العديد من المؤسسات التربوية القومية والدولية، مثل المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، إذ يُعتبر التواصل الرياضي وسيلة لتعليم الرياضيات وتعلمها. حيث يتعلم الطلبة الرياضيات بينما هم منشغلون في التحدث والكتابة عما قاموا به بالفعل (NAEP, 2002). وعرف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 1989; NCTM, 2000) التواصل الرياضي بأنه قدرة الطلبة على التحدث والكتابة، وشرح وتحديد الأفكار الرياضية، وفهم وتفسير وتقييم الأفكار الرياضية، وتقديمها في شكل خطي لفظي أو في شكل بصري.

ويُعرف بدوي (2007: 146) التواصل الرياضي بأنه "قدرة الطالب على استخدام مفردات الرياضيات ورموزها في التعبير عن المفاهيم والأفكار والعلاقات الرياضية وفهمها". وفي تعريف مشابه عرّفه كل من السعيد والباز (2010: 139) بأنه "قدرة الطالب على فهم التعبيرات الرياضية والتعبير عن الأفكار الرياضية المتضمنة داخلها وحل المشكلات الرياضية والتحاور مع الآخرين من خلال جُمْل مكتوبة بلغة الرياضيات بشكل سليم".

وعرّفه ليم وشو (Lim, & Chew, 2007) بأنه: طريقة لتبادل الأفكار وتوضيح فهم الرياضيات من خلال الحديث والاستجواب وتتبع من خلال التحليل والمناقشة، وتعمل على تعزيز وتنمية المعرفة لدى الطلبة بشكل منطقي، وبصورة أعمق، فضلاً عن استخدام اللغة الرياضية التي تسهم إلى حد كبير من رفع مستواهم الرياضي، وخصوصاً عندما يستطيعون التعبير عن أفكارهم، وآرائهم.

وامتنعت العديد من الدراسات (العربي، 2004؛ الشقرة، 2006؛ عفيفي؛ 2008؛ القرشي، 2012) عن وضع تعريف إجرائي للتواصل الرياضي، ذلك لأن معظم التعريفات مستنبطة من تعريف (NCTM) أو تدور حوله.

ويُعبّر التواصل الرياضي عن قدرة الطالب على استخدام لغة الرياضيات والمنطق بأسلوب مترابط وواضح في التعبير عن أفكاره الرياضية، بحيث يستطيع توضيحها للآخرين في المواقف الرياضية التعليمية المختلفة (تحدثاً وكتابةً وتمثيلاً)، دون لبس أو غموض، وكذلك قدرته على استقبال وفهم هذه الأفكار الرياضية فهماً دقيقاً.

• أهمية التواصل الرياضي:

نال التواصل الرياضي اهتمام شريحة كبيرة من الباحثين والمعلمين ومخططي مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، حيث وُجد أنه من الضروري أن تتضمن مناهج الرياضيات في مراحلها التعليمية على مهارات التواصل الرياضي (David, & Nancy. 2003). وأكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) على دور التواصل في تطوير الفهم الرياضي، حيث أكد على ضرورة تمكين الطلبة من تنظيم عملية التفكير في الرياضيات، والتعبير عن الأفكار الرياضية بالشرح والتفسير، وتحويل المعارف الرياضية للطلبة إلى استراتيجيات تفكير الآخرين، واستخدام الطلبة للغة الرياضيات بمعناها الدقيق لوصف الأفكار الرياضية للآخرين.

ويساعد التواصل الرياضي الطلبة على تنظيم أفكارهم الرياضية، وإيصال هذه الأفكار بشكل متناسق وواضح، إلى كل من زملائهم والمعلمين باستخدام اللغة الخاصة بالرياضيات في التعبير عن الأفكار الرياضية، وتحليل وتقييم أفكار الآخرين (Bainbridge, Ellis, Wolodko, 2003).

وباستقراء الباحث للعديد من الدراسات (بدوي، 2008؛ الزهراني، 2014؛ Saragih, & Napitupulu, 2015؛ Aufa, et al., 2016؛ Rajagukguk, 2016) أمكن تلخيص أهمية التواصل الرياضي كعملية من عمليات القوة الرياضية، حيث إنه: يُمثل مرآة يرى فيها الطالب أفكاره، وبالتالي يستطيع اتخاذ القرار المناسب حيال هذه الأفكار؛ ويُمثل قاعدة أساسية لتشييد الإنجازات الرياضية للطلبة، فهذا يوفر فرصاً لتطوير القوة الرياضية؛ ويُعتبر أداة مساعدة على فهم وتفسير وتقييم الأفكار المعروضة من الآخرين؛ كما ويُسهّم في فك التعقيد المرتبط بين فكر العديد من الطلبة وبين تعلّم الرياضيات ومفاهيمها؛ ويُمنّي القدرة على حل المشكلات الرياضية، إذ تُساعد لغة الرياضيات على فهم المشكلة وحلّها؛ إضافة إلى مساعدته الطالب على تأمل ما يدور في ذهنه من أفكار رياضية للتعبير عنها.

• أشكال التواصل الرياضي:

يأخذ التواصل الرياضي أشكالاً كثيرة، فقد يكون شفهيّاً أو كتابيّاً، ويمكن أن يتم بين الطالب وزميله أو بينه ومعلمه، كما يمكن أن يكون على شكل تقرير أو مسألة كلامية يحلها الطالب، أو يصف كيفية حله لها، ومن جهة أخرى فإن التواصل في الرياضيات يزود المعلمين بأفكار قيمة حول فهم طلابهم، وبالتالي التخطيط لتدريس الرياضيات بشكل أفضل وأكثر فهماً (بدوي، 2003).

ويتضمن التواصل الرياضي جانبين هامين هما: التواصل حول الرياضيات ذاتها؛ ويتضمن التعبير عن بعض المواقف الرياضية بلغة الرياضيات، والتواصل حول المواد الدراسية الأخرى؛ وحول المواقف الحياتية، ويتضمن توظيف مفردات اللغة الرياضية في التعامل اليومي (بدوي، 2007: 146).

• مهارات التواصل الرياضي:

تعددت وجهات نظر الباحثين في تصنيف أشكال مهارات التواصل الرياضي؛ فبعضهم قسمها إلى مهارات تواصل كتابية ومهارات تواصل شفوية، وأن هذه المهارات تنقسم إلى مهارات رسمية وغير رسمية، كما يأخذ التواصل الرياضي سواء الشفهي أو الكتابي أشكالاً من التفاعل؛ قد يكون ثنائي الاتجاه بين المعلم والطلبة، وقد يكون ثلاثي الاتجاه بين المعلم والطلبة وبين الطلبة وبعضهم البعض (عطية وصالح، 2009: 62).

وحدد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000: 61) مهارات التواصل الرياضي في: تنظيم التفكير الرياضي، ونقل العبارات الرياضية بشكل واضح للآخرين، وتحليل وتقييم المناقشات الرياضية المقدمة من قبل الآخرين، إضافة إلى استخدام اللغة الرياضية للتعبير عن الأفكار الرياضية بدقة.

وبعد الاطلاع على الدراسات السابقة التي تناولت مهارات التواصل الرياضي، يُشير الباحث إلى أنّ مهارات التواصل الرياضي تنقسم إلى خمس مهارات رئيسية يدرج تحت كل منها مهارات فرعية تم تصنيفها وفقاً للغة الرياضيات وبنيتها الأساسية. وقد حددت العديد من الدراسات والأدبيات (NCTM, 2000؛ David, & Nancy. 2003؛ عبيد، 2004؛ مراد والوكيل، 2006؛ السعيد وعبد الحميد، 2010؛ القرشي، 2013؛ بدر، 2010) مهارات التواصل الرياضي في خمس مهارات أساسية، هي (القراءة، الكتابة، التحدث، الاستماع، والتمثيل).

أ. القراءة الرياضية:

إنّ من أهم عوامل التعلم الجيد للرياضيات هو قراءة المحتوى الرياضي بشكل سليم، وفهم دلالة لغة الرياضيات، وإدراك معنى الصيغ الرياضية (السعيد والباز، 2010: 141). ولهذا أوصى المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000:)

67) بضرورة مساعدة الطلبة على فهم المفردات الرياضية الخاصة بالألفاظ الرياضية مثل "البسط - المقام - القاسم المشترك"، والمفردات اللغوية التي لها دلالة رياضية مثل "رقم، ارتفاع، وتر، عشري"، إضافة إلى الرموز الرياضية //، - ÷، ×، -، +، د(س)، [س].

واعتبر عبيد (2004: 53) أن مهارة القراءة تتضمن: قراءة المواد التعليمية، ومصادر تعلم الرياضيات، الورقة الإلكترونية، وقراءة المؤلفات الخاصة بمجالات عمل وأنشطة تستخدم الرياضيات، وكذلك مهارات القراءة العادية (الصامتة - القراءة - الاستراتيجية)، بالإضافة إلى إدراك الطلبة للمعاني والرموز الرياضية المكتوبة قبل القراءة.

وترتكز مهارة القراءة الرياضية على سلامة نطق الطالب للرموز والعبارات والمفاهيم والتعميمات الرياضية، وتتطلب منه القدرة على فهم الدلالة اللفظية للرموز والقوانين الرياضية التي يقرأها. ولتحقيق ذلك فإن على معلم الرياضيات أن يوظف الكتاب المدرسي بصورة سليمة، وأن يستمع جيداً للطالب، وأن يوجه أسئلة تفسيرية أثناء الحصة يساعد على تحقيق فهم الطالب للرموز والعبارات الرياضية، ويشجع الطلبة على قراءة ما يكتبه المعلم وقراءة التمثيلات والأشكال والرسوم البيانية قراءة صحيحة.

ب. الكتابة الرياضية:

تعتبر الكتابة أداة مهمة جداً في عملية التعلم بصفة عامة وتعلم الرياضيات بصفة خاصة؛ إذ إنها تجبر الطالب على التريث الذي يعمل على تحسين عملية التفكير والفهم، كما أن الكتابة الرياضية تعطي الطلبة القدرة على التعبير عن الأفكار والمفاهيم والعلاقات وتوصيلها للآخرين (السعيد وعبد الحميد، 2010: 199). وتشمل الكتابة الرياضية على الكتابة الكاشفة: ويقوم بها الطلبة من خلال وصف أو شرح أفكارهم الرياضية، وتبرير الإجراءات والنتائج للآخرين، وتستخدم كدليل على فهم الطلبة للأفكار الرياضية، والكتابة المقالية: وهي سلسلة منتظمة، ومتابعة من الأسئلة، يوجهها المعلم إلى الطلبة، ويطلب منهم استجابات قصيرة مكتوبة بلغة الطالب العادية، مما قد يزوده بأداة تشخيصية للكشف عن الصعوبات التي يواجهها الطالب، ثم العمل على علاجها (عبد الفتاح، 2008: 24 - 25).

واعتبر عبيد (2004: 55) أن تعليم وتعلم التواصل الرياضي يتضمن تعويد المتعلم على الكتابة الصحيحة للرياضيات عند حل المشكلات أو المسائل، وفي الاختبارات التحريرية ينبغي أن يتعلم كيف يعبر بطريقة صحيحة ومنظمة عند الحل؟ كترتيب العمليات الحسابية، ووضع الرموز العددية والجبرية.

وترتكز مهارة الكتابة الرياضية على قدرة الطالب على التعبير كتابياً عن المعرفة الرياضية، وترجمة التمثيلات والرسوم البيانية إلى نصوص وعبارات رياضية مكتوبة، وتبادل الأفكار والآراء حول المشكلات الرياضية مع الزملاء والمعلمين. ويمكن للمعلم دعم مهارة الكتابة الرياضية لدى الطلبة من خلال إتاحة الفرصة للطلبة لكتابة وصياغة التعميمات والمفاهيم الرياضية بلغتهم، وتصميم أنشطة إثرائية وأخرى علاجية قائمة على الكتابة الرياضية، وتشجيع الطلبة على تقديم تفسيرات وتبريرات مكتوبة للأفكار والمفاهيم الرياضية، وربط قراءة الطالب للرموز والمصطلحات والتعميمات الرياضية بكتابتها بصورة سليمة، وإتاحة الفرصة لحل تدريبات بصورة كتابية.

ت. التمثيل الرياضي:

ويقصد به القدرة على ترجمة المشكلة أو الفكرة الرياضيَّة إلى صيغ جديدة، وترجمة الأشكال أو الرسوم البيانية أو التوضيحية إلى رموز وكلمات رياضية. مثل تمثيل الأعداد بصور مختلفة كـ (المعداد، المكعبات، الحزم، النقود) أو ترجمة تمثيلات الدوال المختلفة إلى صيغ جبرية، أو ترجمة المسائل اللفظية إلى أشكال أو رسوم بيانية أو جداول أو معادلات، أو العكس. ويتضمن التمثيل الرياضي أشكالاً مختلفة في موضوعات الرياضيات للمناهج الفلسطينية، وقد ذكرت طافش (2011: 25 - 26): مهارة الترجمة من أشكال أو رسوم إلى جداول، أو الترجمة من صور لفظية إلى أشكال أو رسوم، أو ترجمة

النص إلى شكل هندسي أو علاقات رياضية، أو ترجمة خصائص الشكل إلى شكل هندسي، أو ترجمة المسألة أو تمرين رياضي إلى شكل هندسي.

وذكر عبيد (2004: 57) أنَّ من المؤشرات الجيدة التي تدلّ على فهم الطالب للمعرفة الرياضية؛ قدرته على التعبير عن ذلك بتمثيلات مختلفة، قد تكون باللغة أو الرموز، أو شكل، أو معادلة، أو متباينة أو مخطط، أو شكل بياني، بحسب طبيعة الموقف الرياضي. ويُشير سرور (2001: 248) إلى أن دور المعلم في تنمية التمثيل الرياضي يتضمن: إثارة قدرات التفكير المختلفة من خلال موضوعات التعلم، وتقديم التوجيه المناسب للطلاب، وتوفير الظروف المناسبة لبيئة التعلم، وعرض الخبرات المختلفة للطلاب.

وترتكز مهارة التمثيل الرياضي على قدرة الطالب على التعبير عن المفاهيم والتعميمات الرياضية بصور متعددة محتفظاً بخصائص الصورة الأساسية، ويمكن لمعلم الرياضيات تنمية مهارة التمثيل الرياضي لدى طلابه من خلال: توجيه الطلبة نحو إعادة صياغة المفاهيم والمشكلات الرياضية بصور متعددة، وتضمن الأنشطة تمثيلات تحتوي على معطيات هامة في حل هذه الأنشطة، وتدريب الطلبة على ترجمة معطيات المشكلات والمسائل من التمثيلات المتعددة، إضافة إلى تدريب الطلبة على الاعتماد على تمثيل المشكلة لإيجاد روابط بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية المتضمنة في المشكلة، وبالتالي استدعاء المعلومات اللازمة لحل المشكلة.

ث. التحدث/ المناقشة الرياضية:

تتضمن المناقشة الرياضية الاستخدام الشفهي اللفظي للمفردات الرياضية ومصطلحاتها وتراكيبها للتعبير عن الأفكار بصورة شفوية، مثل تقديم وصف لنمط عددي أو هندسي أو وصف لمشكلة رياضية مرتبطة بموقف حياتي، أو وصف شفهي لحل مسألة لفظية، ويتضمن التحدث مهارات عديدة (السعيد وعبد الحميد، 2010: 205 – 207) منها: صياغة الأسئلة الشفهية: حيث تتوقف جودة الحديث بلغة الرياضيات على: الكلمات المكونة للسؤال، وعدد الأسئلة، وترتيبها، وتوجيه الأسئلة الشفهية: يجب على المعلم أن يوجه السؤال إلى جميع الطلبة دون استثناء، كما يجب على المعلم أن يختار أحد الطلبة للإجابة بطريقة عشوائية، ولا تكون الأسئلة للتلاميذ الذين يتطوعون للإجابة دون غيرهم، وبذلك يتوقع كل تلميذ أن يختاره المعلم للإجابة في كل مرة يسأل فيها.

وأوضح كلٌّ من (بدوي، 2003؛ مراد والوكيل، 2006) أن مهارة التحدث تتضمن استخدام المفردات الرياضية والمصطلحات، والتراكيب، والتعبير عن الأفكار بصورة شفوية ومن أمثلة ذلك: تقديم وصف شفهي لنمط عددي أو هندسي، أو موقف حياتي، أو مسألة لفظية.

وترتكز مهارة التحدث الرياضية على قدرة الطالب على وصف المفاهيم والتعميمات الرياضية بصورة شفوية، وتقديم أمثلة أو شرح أو تفسير أو تبرير لأفكاره الرياضية بوضوح وسلامة رياضية، ويمكن لمعلم الرياضيات تنمية مهارة التحدث الرياضي لدى طلابه من خلال: إتاحة الفرصة للطلبة للتحدث وإبداء الآراء في حل المشكلات أو صياغة المفاهيم شفهاً، وتوجيه أسئلة تفسيرية يُجيب عليها الطالب بصورة شفوية، وتصميم أنشطة تعليمية تتطلب قيام الطالب بمحاورة زملاؤه أو معلمه شفهاً، وتوظيف طريقة المناقشة والعمل التعاوني في تعلم الرياضيات.

ج. الاستماع الرياضي:

تعتبر مهارة الاستماع من مهارات التواصل المهمة للمعلم والمتعلم، حيث يستفيد الطلبة من الاستماع لأفكار الآخرين في تطوير استراتيجيات التعامل مع أنشطة الرياضيات، والاستماع إلى ألفاظ رياضية منطوقة بصورة صحيحة تعمل على تنمية عملية المناقشة (عبيد، 2004: 57).

ويتضمن الاستماع في الرياضيات أشكالاً عديدة منها: الاستماع إلى وصف نماذج حسيّة أو هندسية مثلاً وتنفيذها على نحو صحيح، وتعويد الطالب على الاستماع الجيد لما يقوله المدرس أو زملاؤه، وللتأكد من حسن ذلك يطلب المدرس من الطالب تكرار ما سمعه، أو أن يعيده بلغته، أو يناقش ويفسر ما أصغى إليه، وتنفيذ الطالب التوجيهات التي يستمع إليها من المعلم على نحو صحيح (عبيد، 2004: 57؛ مراد والوكيل، 2006: 136).

وترتكز مهارة الاستماع الرياضية على قدرة الطالب على فهم مدلولات الرموز والقوانين والمصطلحات والمفاهيم والعلاقات الرياضية، وهذا يتطلب وجود دافعية واهتمام من الطالب للتركيز فيما يستمه له. ويمكن لمعلم الرياضيات تنمية مهارة التحدث الرياضي من خلال: الاستماع باهتمام إلى الطالب وتوجيه أسئلة إيضاحية حول ما يقوله الطالب، وتشجيع الطلاب على المناقشة الشفهية التي تتطلب من الطلبة حسن الاستماع للآخرين لبدء توجيه الأسئلة والتحدث حول الأفكار والمفاهيم المطروحة، وتوظيف العمل التعاوني ضمن أزواج أو مجموعات، بحيث يتم الاعتماد على الإجابة الشفهية، تصميم أنشطة تعليمية شفهية، بحيث يوجه المعلم أسئلته شفهياً، ويُجيب عليها الطالب كتابياً أو شفهياً، وعرض تسجيلات صوتية أو مقاطع فيديو، وعلى الطالب تقديم استنتاجه حول ذلك بصورة شفهية، وإتاحة الفرصة للطلبة لإعادة المفاهيم والتعميمات الرياضية التي سمعها من المعلم بصورة شفهية.

■ تقييم التواصل الرياضي:

يُعد الحكم الموضوعي على مستوى الطلبة في اكتساب مهارات التواصل الرياضي من الأمور الممكنة، حيث تُشير معايير المنهج والتقييم للرياضيات بالمجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) إلى إمكانية تقييم التواصل الرياضي لدى الطلبة، من خلال قياس مهاراتهم بأساليب متعددة تتناسب مع كل مهارة، وذلك لقياس قدراتهم على: التبرير الرياضي للحلول والاستنتاجات، وإعطاء أمثلة صحيحة على مفاهيم أو أفكار رياضية، وتنبؤهم بالأفكار الرياضية التي تمثل كتابياً وشفهياً، واستخدام لغة الرياضيات والمنطق للوصف والتعبير عن الأفكار الرياضية بطريقة واضحة.

ويتطلب تقييم التواصل الرياضي أساليباً تقييمية متعددة، بحيث تناسب مهاراته المختلفة، وبإطلاع الباحث على العديد من الدراسات (السعيد وعبد الحميد، 2010؛ الرفاعي، 2001؛ نصر، 2009)، وجد أنها اتفقت على بعض الأساليب؛ ومنها:

- **ملفات الإنجاز:** حيث يعتمد على تسجيل أعمال ومهام الطالب أول بأول، ويتضمن ملف الإنجاز نماذج للتقييم الذاتي، ونماذج اختبارات قصيرة، ونماذج لتقييم المعرفة، وأنشطة قائمة على المناقشة والتفسير والتمثيل، وفي نهاية الملف أو الورقة يضع المعلم تعليقه حول مستوى الطالب مع تقديم التغذية الراجعة المناسبة له.
- **الملاحظة:** وهي من الأساليب المناسبة لمتابعة قدرة الطالب على التواصل شفهياً من خلال ملاحظة قدرته على الحديث والقراءة والاستماع للغة الرياضيات، وكتابياً من خلال ملاحظة دقة كتابته وتمثيله، ويتم تقييم الطالب من خلال تسجيل قائمة بالمهارات المراد ملاحظتها والتسجيل عليها.
- **تقيم الأداء:** يستخدم أسلوب تقييم الأداء لتقييم قدرة الطالب على التواصل بلغة الرياضيات بشكل حقيقي ودقيق، مثل استخدام مهام حياتية ذات معنى، أو المشاركة في مهام جماعية أو فردية.
- **المهام مفتوحة النهاية والممتدة:** ويمكن استخدامها في تقييم مواقف يؤدي فيها الطالب مهام أو يحل مشكلات رياضية كتابية أو شفهية، ويتم تقييم هذه المهام بالملاحظة أو بالورقة والقلم.
- **كتابات الطلبة الرياضية (الاختبارات الكتابية):** تُستخدم في تقييم قدرة الطلبة على الكتابة والتمثيل الرياضي من خلال اختبارات الورقة والقلم، أو حل الأنشطة الكتابية، وقد قام الباحث بتصميم اختبار كتابي لمهارتي الكتابة والتمثيل الرياضي ضمن أدوات القياس الخاصة بمتغير التواصل الرياضي.

- **المقابلات (الاختبارات الشفهية):** تعتبر المقابلة من الأساليب الهامة في قياس وتقييم المهارات الشفهية بشكل عام، ومهارات التواصل الرياضياتي الشفهي بشكل خاص، حيث تُستخدم في تقييم قدرة الطلبة على التحدث بلغة الرياضيات، والاستماع الجيد للغتها، وكذلك قراءة رموز وعبارات الرياضيات الخاصة. وقد أعد الباحث لقياس هذه المهارات اختباراً لمهارات التواصل الرياضياتي الكتابي (الكتابة - التمثيل) وبطاقة مقابلة لقياس مهارات التواصل الشفهي (القراءة - التحدث - الاستماع).
- **الدراسات السابقة التي تناولت التواصل الرياضي:**
 - تناولت العديد من الدراسات التواصل الرياضي، ومنها:
 - **دراسة البعجاوي (2006):** هدفت إلى تقصي أثر استراتيجيتي الاستقصاء الفردي والاستقصاء التعاوني في اكتساب مهارات الاتصال والتحصيل في الرياضيات لدى طالبات المرحلة الأساسية المتوسطة في الأردن. وكشفت النتائج عن وجود فرق لصالح استراتيجيتي التدريس. وأن مجموعة الاستقصاء التعاوني تفوقت على مجموعة الاستقصاء الفردي في مهارات التواصل الرياضي الشفهي.
 - **دراسة عطية وصالح (2008):** هدفت إلى الكشف عن فاعلية استراتيجيتي (A.L.W.K) و(فكر زوج شارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدى طلاب المرحلة الابتدائية. وتوصلت النتائج إلى تفوق المجموعة التجريبية الأولى والثانية على المجموعة الضابطة في اختباري التواصل الرياضي التحريري والشفهي وفي اختبار الإبداع. فيما تفوقت المجموعة التجريبية الثانية على الأولى في اختبار الإبداع.
 - **دراسة كوستو، وشين (Kostos, & Shin, 2010):** هدفت التعرف على أثر استخدام المجالات الرياضية في تنمية قدرات الطلبة في التواصل في تفكيرهم الرياضي. وبيّنت نتائج المقابلة أن استخدام المجالات الرياضية كان له تأثير إيجابي على تواصل الطلاب في تفكيرهم واستخدامهم للمفردات الرياضية. بالإضافة إلى تشكيل المجالات لوسيلة اتصال بين الطلاب والمعلمين، وأداة المعلم لتقييم تفكير طلابه في الرياضيات.
 - **دراسة أولتيانو وأولتيانو (Olteanu, & Olteanu, 2012):** هدفت إلى تقديم آلية للتواصل الرياضي الفعال في تعلم الموضوعات الرياضية. وأظهرت النتائج أن التواصل الرياضي الفعال يحدث في غرفة الصف إذا توفرت فيه الجوانب الهامة في تعلم الطلاب كنقطة انطلاق. وأن عدم قدرة المعلم على تحقيق التواصل الرياضي الفعال يجعل جهود المعلم في تعميم بعض المفاهيم الهامة غير مفهومة من قبل الطلاب.
 - **دراسة النذير والمالكي (2013):** هدفت الكشف عن مستوى تمكن طالبات الصف الخامس الابتدائي في مدينة الرياض من مهارات التواصل الرياضي ضمن كتب سلسلة الرياضيات المطورة. وتوصلت الدراسة إلى أن مستوى تمكن طالبات الصف الخامس الابتدائي من مهارات التواصل الرياضي (الكتابي، والشفهي) كان متوسطاً، ولم تتلق المعلمات أي تدريب فعلي على مهارات التواصل الرياضي.
 - **دراسة غريفيين وزملاؤه (Griffin, et al. 2013):** هدفت إلى التعرف على مدى استخدام معلمي الرياضيات للممارسات التدريسية المرتبطة بالتواصل الرياضي المستند إلى معايير NCTM داخل الغرف الصفية في المدارس الابتدائية الشاملة. وكشفت نتائج المقابلة والملاحظة عن وجود أنماط مختلفة من أداء الطلاب في الفصول الدراسية التي لوحظ فيها الأداء التدريسي للمعلمين المتعلق بالتواصل الرياضي والتفاعل اللفظي المستند إلى المعايير المختلفة خلال دروس الرياضيات.
 - **دراسة وتشيرا وزملاؤه (Wachira, et al, 2013):** هدفت الكشف عن دور المعلم في تعزيز الاتصال الرياضي والتخاطب، والكشف عن استراتيجيات تعزيز الاتصال الرياضي في تدريس الرياضيات للمرحلة الثانوية. وكشفت النتائج أن

الاتصال لدى الطلاب وتفاعلهم اللفظي يعتمد بشكل كبير على خبراتهم ومعارفهم السابقة، وأنه يمكن تنمية مهارات التواصل والتخاطب الصفّي من خلال الممارسات التواصلية التي يمارسها المعلم.

■ **دراسة الحداد وزملائه (Alhaddad, et al, 2015):** هدفت إلى الكشف عن فاعلية تدريس الرياضيات باستخدام نموذج تريفنجر (treffinger) في تنمية مهارات الاتصال الرياضي والتحصيل الرياضي. وكشفت النتائج عن نجاح الاستراتيجية في تحسين وتحقيق التواصل الرياضي لدى الطلاب، حيث أظهرت نسبة أعلى من الطلاب الذين درسوا بالطريقة التقليدية. وكشفت كذلك عن تفوق طلاب المجموعة التجريبية في اختبار المعرفة الرياضية السابقة على طلاب المجموعة الضابطة.

■ **دراسة شومان (2016):** هدفت إلى اقتراح برنامج إثرائي في ضوء الاتجاهات الحديثة لتنمية التحصيل في نظرية الرسومات وبعض مهارات التواصل الشفهية والكتابية، والإبداع الرياضي لدى الطلاب المتفوقين في المرحلة الثانوية. وكشفت النتائج عن فاعلية البرنامج الإثرائي في تنمية كل من التحصيل الرياضي ومهارات التواصل الشفهية والكتابية والإبداع الرياضي.

وأظهرت نتائج هذه الدراسات إمكانية تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى الطلبة، وكشفت عن فاعلية استراتيجيات تدريسية متعددة في تنمية مهارات التواصل الرياضي في الرياضيات، وأوصت هذه الدراسات بضرورة تحسين وإثراء المحتوى الرياضي لتنمية مهارات التواصل الرياضي.

إجراءات البحث:

أولاً: إعداد وثيقة معايير القوة الرياضية:

نظراً لطبيعة البحث الذي يهدف إلى تصميم برنامج مقترح قائم على القوة الرياضية، فإن الباحث قام بإعداد وثيقة لمعايير القوة الرياضية التي تم في ضوئها تصميم البرنامج المقترح للصف العاشر الأساسي، وقد قام الباحث باستعراض المعايير العالمية التي تناولت القوة الرياضية وأبعادها، ووثائق مناهج الرياضيات لبعض الدول العربية بالإضافة إلى العديد من الدراسات التي تناولت القوة الرياضية: وأسفرت هذه الخطوة عن تحديد مجالات ومحاور القوة الرياضية، وهي: (المحتوى الرياضي، المعرفة الرياضية، العمليات الرياضية).

وقد قام الباحث بعرضها على مجموعة من الأساتذة المختصين في منهاج وطرائق تدريس الرياضيات، وطلب منهم إبداء الرأي في صياغة معايير القوة الرياضية ومؤشراتها، وتقديم مقترحات يراها السادة المحكمون في صالح وثيقة معايير القوة الرياضية. وقام الباحث بإجراء التعديلات المقترحة من السادة المحكمين، وبذلك تم الانتهاء من إعداد وثيقة المعايير النهائية، حيث احتوت على (12) محور، وتشتمل المحاور على (40) معياراً يَدُلُّ عليها (131) مؤشر.

ثانياً: بناء البرنامج المقترح في ضوء معايير القوة الرياضية:

بعد إعداد الباحث لوثيقة معايير القوة الرياضية، قام الباحث بالخطوات الآتية:

- تحديد موضوعات المحتوى الرياضي وعناصر المعرفة الرياضية.
- تحديد الخبرات والأنشطة في ضوء معايير اختيار المحتوى الرياضي، وفي ضوء الأهداف الخاصة لكل درس.
- صياغة الأسئلة التقويمية اللازم تواجدها في نهاية كل درس من البرنامج المقترح.
- صياغة المحتوى الرياضي: من خلال دمج الخبرات والأنشطة المختلفة والمتعددة، في كل متكامل.
- ضبط البرنامج المقترح: حيث قام الباحث بعرض البرنامج على مجموعة من السادة مشرفي ومعلمي مبحث الرياضيات، وبعد انتهاء المراجعة قام الباحث بإجراء التعديلات والمقترحات التي قدمها السادة المشرفون والمعلمون، وفي ضوء آراء السادة المحكمين قام الباحث بإجراء التعديلات المطلوبة.

ثالثاً: إعداد دليل المعلم لتدريس البرنامج المقترح:

تكوّن دليل المعلم من نبذة مختصرة عن القوة الرياضية، والتواصل الرياضي، والأهداف العامة والخاصة لتدريس البرنامج المقترح، واستراتيجيات تدريسه، والخبرات والأنشطة، والوسائل التعليمية المستخدمة، وأساليب تقويمه، وقائمة مراجع تفيد معلم الرياضيات في تدريس البرنامج، إضافة إلى خطة سير الدروس البالغ عددها (10) دروس.

وبعد تحديد الباحث لمكونات دليل المعلم، قام بصياغة دليل المعلم، وقد روعي عند صياغة الدليل تحديد أهداف كل درس من دروس البرنامج بصورة إجرائية، وعناصر محتوى الدرس، وطرق التدريس المستخدمة، والأنشطة والوسائل التعليمية المصاحبة للدرس، وخطة سير تنفيذ الدرس، وأساليب التقويم التكويني والنهائي. وقام الباحث بعرضه على نفس مجموعة التحكيم الذين قاموا بتحكيم البرنامج المقترح، وذلك للحكم وإيداء الرأي فيه. وبعد انتهاء التحكيم قام الباحث بإجراء التعديلات المطلوبة، وبهذا تم الانتهاء من إعداد دليل المعلم، وأصبح في صورته النهائية قابلاً للاستخدام.

رابعاً: منهج البحث: اتبع الباحث المنهج شبه التجريبي ذا التصميم (قبلي - بعدي) لمجموعة واحدة، بهدف الكشف عن فاعلية البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طالبات الصف العاشر.

خامساً: عينة الدراسة: اختيرت عينة الدراسة عشوائياً من طالبات الصف العاشر الأساسي بمدرسة دلال المغربي الثانوية للبنات بمدينة غزة، وتكونت عينة الدراسة من (30) طالبة من طالبات الصف العاشر الأساسي.

سادساً: إعداد أدوات القياس:

1. اختبار التواصل الرياضي الكتابي: تم إعداد اختبار التواصل الرياضي وفقاً للخطوات الآتية:

■ تحديد الهدف من اختبار التواصل الرياضي الكتابي: حيث يهدف إلى قياس قدرة طالبة الصف العاشر على التواصل بلغة الرياضيات كتابياً، وإجراء التمثيلات الرياضية. وعلى ضوء نتائج الاختبار في التطبيقين القبلي والبعدي والمقارنة بينهما يتم تحديد مدى فاعلية البرنامج المقترح في تنمية التواصل الرياضي الكتابي.

■ تحديد أبعاد اختبار التواصل الرياضي الكتابي: يقيس اختبار التواصل الرياضي الكتابي قدرة طالبة الصف العاشر الأساسي في الاستجابة على جزأين من مهارات التواصل الرياضي وهما:

- الكتابة الرياضية: ويقاس هذا الجزء السلوكيات الآتية: تكتب حلول مهام رياضية مُعطاة بشكل صحيح، تكتب تفسيراً صحيحاً لعبارة رياضية مُعطاة، تقدّم تعريفاً مختصراً لمفهوم رياضي مُعطى بشكل صحيح، تكتب خواص مفهوم رياضي مُعطى بشكلٍ وافٍ وصحيح، تقارن بين مفهومين رياضيين بشكل دقيق.

- التمثيل الرياضي: ويقاس هذا الجزء السلوكيات الآتية: تترجم الرموز والقوانين الرياضية إلى نص مكتوب بشكل صحيح، تترجم نص مكتوب إلى رموز أو قوانين رياضية بشكل صحيح، تترجم نص رياضي إلى تمثيلات بيانية متعددة (مخطط - بيان ...) بشكل صحيح، تترجم تمثيل بياني إلى نص مكتوب بشكل صحيح، تنفذ تمثيلات متعددة لمفهوم رياضي مُعطى بشكل صحيح.

وبهذا تكوّن اختبار التواصل الرياضي الكتابي من جزأين هما: الكتابة الرياضية والتمثيل الرياضي.

■ تحديد نوع مفردات اختبار التواصل الرياضي الكتابي: لما كان التواصل الرياضي الكتابي يتطلب استخدام الطالب للورقة والقلم، ليقوم الطالب بالتعبير عن أفكاره واستجابته بشكل كتابي؛ فإن الباحث اعتمد على نمط الأسئلة المقالية المقننة التي تتناسب مع طبيعة التواصل الرياضي الكتابي ومهارته.

■ تصميم اختبار التواصل الرياضي الكتابي: قام الباحث بتصميم الاختبار تبعاً للخطوات الآتية:

- صياغة مفردات الاختبار: تم صياغة أسئلة اختبار التواصل الرياضي الكتابي في ضوء أبعاد الاختبار التي تم تحديدها سابقاً، وتمت صياغة الأسئلة بحيث يقيس كل سؤال منها أحد السلوكيات المحددة سابقاً، وقد راعى الباحث أن تكون

الصياغة دقيقة علمياً ولغوياً وطباعياً، وأن تناسب مستوى طالبات الصف العاشر، وأن تحقق الهدف منها، وأن تكون الإجابة عن كل مفردة مقننة ودقيقة وغير قابلة للإسهاب.

- **تحديد زمن الاختبار:** تم تحديد زمن اختبار التواصل الرياضي الكتابي من خلال حساب المتوسط الحسابي لاستجابات جميع طالبات العينة الاستطلاعية وكان المتوسط (75) دقيقة تقريباً. وتم إضافة (5) دقائق إلى زمن الاختبار لقراءة تعليمات الاختبار.

- **تحديد نظام تقدير الإجابات:** نظراً لطبيعة التواصل الرياضي الكتابي، والحاجة إلى الدقة في الإجابة عن أسئلة التواصل الرياضي الكتابي؛ فإن الباحث وضع معايير لتصحيح الاختبار وذلك حسب طبيعة كل سؤال من أسئلة التواصل الرياضي الكتابي، حيث بلغت الدرجة الكلية لجزء الكتابة الرياضية (37) درجة، وبلغت الدرجة الكلية لجزء التمثيل الرياضي (33) درجة، والدرجة الكلية لاختبار التواصل الرياضي الكتابي (70) درجة.

■ ضبط اختبار التواصل الرياضي الكتابي:

- **صدق الاختبار:** قام الباحث بعرض الاختبار في صورته الأولية على مجموعة من السادة المحكمين المختصين في مناهج وطرائق تدريس الرياضيات، وذلك لإبداء الرأي في صياغته العلمية واللغوية والإملائية وقام الباحث بإجراء التعديلات المطلوبة، لتكون أكثر ملاءمة لاختبار التواصل الرياضي الكتابي.

- **ثبات الاختبار:** تم حساب ثبات الاختبار من خلال إعادة الاختبار: تم حساب ثبات اختبار التواصل الرياضي الكتابي من خلال تطبيق الاختبار على عينة مقدارها (20) طالبة من الصف العاشر مرتين يفصل بينهما مدة زمنية مقدارها (25) يوم، حيث بلغ معامل ارتباط بيرسون بين التطبيق الأول لاختبار التواصل الرياضي الكتابي والتطبيق الثاني بلغ (0.817)، وهو معامل دال على ثبات الاختبار. وبهذا أصبح الاختبار جاهزاً للتطبيق.

1. بطاقة المقابلة لمهارات التواصل الرياضي الشفهي

لجأ الباحث إلى استخدام أسلوب المقابلة كونها تقوم أساساً على الاتصال اللفظي بين شخصين في علاقة قائمة بينهما بغرض فهم وتبيان نقاط القوة والضعف لدى المفحوص. وتم إعدادها وفقاً للخطوات الآتية:

■ **تحديد الهدف من بطاقة المقابلة:** هدفت بطاقة المقابلة إلى قياس قدرة طالبة الصف العاشر في مهارات التواصل الشفهي بعد دراستها لمحتوى البرنامج المقترح، وعلى ضوء نتائج بطاقة المقابلة في التطبيقين القبلي والبعدي على عينة البحث والمقارنة بينهما يتم تحديد مدى فاعلية البرنامج المقترح في تنمية التواصل الرياضي الكتابي.

■ **دوافع اختيار المقابلة لقياس التواصل الشفهي:** بعد اطلاع الباحث على الدراسات السابقة (البعجوي، 2006؛ Kostos, & Shin, 2010؛ النذير والمالكي، 2013؛ Wachira, et al, 2013) التي تناولت تقييم التواصل الرياضي الشفهي، قام الباحث باختيار أسلوب المقابلة شبه المقننة مع عينة البحث لعدة اعتبارات هي: تحقيق مبدأ تكافؤ الفرص بين جميع الطالبات، من خلال توجيه نفس الأسئلة بنفس الطريقة والترتيب، ويمكن للباحث قياس كل مستوى طالب في كل مفردات بطاقة المقابلة، وتقتصر إجابة الطالب على إجابة واحدة يتم تقييمها وفقاً لمعايير أداء محددة، ويسمح التفاعل الودي المباشر بين الباحث والطالب على إذابة الحواجز ورفع الحرج والخجل، مما يسمح للباحث بالحصول على تقييم حقيقي.

■ تحديد أبعاد بطاقة المقابلة:

تقيس بطاقة المقابلة ثلاث مهارات للتواصل الرياضي الشفهي، وفيما يأتي السلوكيات التي تستهدفها:

- **مهارة القراءة:** وتتضمن: نقرأ علاقات ورموز ومصطلحات رياضية بشكل صحيح، نقرأ أشكال ورسوم بيانية وتمثيلات رياضية مُعطاة قراءة سليمة، نقرأ نصوص وعبارات وتعميمات رياضية مُعطاة بشكل صحيح.

- **مهارة التحدث:** وتتضمن: نتحدث عن الإجراءات المستخدمة لحل مسألة رياضية مُعطاة بشكل صحيح، نتناقش الفرق بين مفهومين بلغة رياضية سليمة، تعيد تعريف مفهوم رياضي مُعطى بشكل صحيح، تفسر استخدام قانون أو تعميم رياضي بشكل صحيح، تصف علاقات أو أفكار أو أشكال رياضية وصفاً صحيحاً.
- **مهارة الاستماع:** وتتضمن: تسمي مفهوم رياضي سمع وصفاً له بشكل دقيق، تصحح خطأ وراود في مفهوم أو تعميم رياضي بشكل دقيق، تسمي قاعدة اقتران سمع وصفاً للتحويلات الهندسية التي أجريت عليه بشكل دقيق، تذكر المصطلح الدال على مفهوم مُعطى بشكل صحيح، تجيب عن أسئلة مُلقاه عليه بصورة شفوية بشكل صحيح.
- **تصميم بطاقة المقابلة:** قام الباحث بتصميم بطاقة المقابلة تبعاً للخطوات الآتية:
- **صياغة مفردات بطاقة المقابلة:** تم صياغة بنود بطاقة المقابلة لمهارات التواصل الرياضي الشفهي بحيث يقيس كل بند منها أحد السلوكيات المحددة سابقاً، وقد راعى الباحث أن تكون صياغة البنود دقيقة لا تحتمل التأويل، وصحيحة علمياً ولغوياً، وأن تناسب مستوى الطلبة، وأن تحقق الهدف منها.
- **تحديد زمن بطاقة المقابلة:** تم تحديد زمن مقابلة التواصل الرياضي الشفهي من خلال حساب المتوسط الحسابي لاستجابات جميع طالبات العينة الاستطلاعية وكان المتوسط (30) دقيقة تقريباً.
- **تحديد نظام التقييم في بطاقة المقابلة:** اعتمد الباحث في تقييم أداء الطالبة في بطاقة المقابلة على معايير الأداء التي حددها في وثيقة معايير الرياضيات، والتي تتضمن (4) مستويات كيفية هي: دون المستوى بكثير: إذا كان الطالب غير قادر على تقديم المطلوب منه، دون المستوى: إذا كان الطالب قادراً على تقديم المطلوب منه بشكل ضعيف، ضمن المستوى: إذا أجاب الطالب على المطلوب منه مع وجود أخطاء بسيطة، مستوى متقدم: إذا قدّم الطالب الإجابة الدقيقة الوافية للمطلوب منه، وتقابل هذه المستويات التقديرات الكمية (4، 3، 2، 1) على التوالي. وبهذا تكون الدرجة الكلية لكل مهارة تتراوح ما بين (10 - 40) درجة، والدرجة الكلية للتواصل الرياضي الشفهي (30 - 120) درجة. وقد قام بتنفيذ المقابلة مع طالبات عينة الدراسة معلمتين للصف العاشر الأساسي هما: المعلمة المكلفة بتطبيق الدراسة، ومعلمة معاون، بحيث تقوم كل معلمة بمقابلة (15) طالبة في أوقات محددة خارج الجدول المدرسي، وذلك بالاتفاق مع إدارة المدرسة وأولياء أمور الطالبات.
- **ضبط بطاقة المقابلة:**
- **صدق محتوى بطاقة المقابلة:** قام الباحث بعرض بطاقة المقابلة في صورتها الأولية على مجموعة من السادة المحكمين من أساتذة الجامعات؛ لإبداء الرأي في: ملائمة البنود لطبيعة التواصل الرياضي الشفهي، وصحة الصياغة العلمية واللغوية للمفردات، وملاءمتها لمستوى الطالبات، وكفاية الوقت المخصص. وبعد الحصول على نتائج التحكيم قام الباحث بإجراء التعديلات والمقترحات المطلوبة.
- **حساب الثبات:** قام الباحث بحساب الثبات بطريقتين:
- **معامل الاتفاق:** استخدم الباحث طريقة معامل الاتفاق (اتفاق المقابلين) لتحديد مدى وضوح بنود بطاقة المقابلة، وقد استعان الباحث بمعلمتين لمقابلة (10) طالبات من خارج عينة الدراسة، وقد بلغ معامل الاتفاق الكلي بين المعلمتين (0.88)، وهو معامل يُعتبر مقبول تربوياً وإحصائياً.
- **ألفا كرونباخ:** تم حساب ثبات بطاقة المقابلة باستخدام معامل ألفا كرونباخ، ولذلك لكل مهارة من مهارات التواصل الرياضي الشفهي، والدرجة الكلية لاختبار التواصل الرياضي الشفهي، وقد بلغ معامل الثبات الكلي لبطاقة المقابلة (0.918)، وهو معامل ثبات مقبول تربوياً وإحصائياً.
- **نتائج الدراسة:**
- **نتائج اختبار التواصل الرياضي الكتابي:**

1. التحقق من صحة الفرض الإحصائي الاستدلالي الخاص باختبار التواصل الرياضي الكتابي:

استخدم الباحث اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين (Paired T Test) لاختبار صحة الفرض الآتي: "يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار التواصل الرياضي الكتابي". والجدول (1) يوضح النتائج التي حصل عليها الباحث:

الجدول (1): الإحصاء الوصفي وقيمة "ت" ودلالاتها الإحصائية بين متوسطي درجات عينة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار التواصل الرياضي الكتابي

البيان	المتوسط	الدرجة الكلية	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الاختبار "ت"			البيان
					عدد أفراد المجموعة	الدرجة	المتوسط الحسابي	
التمثيل الرياضي	قبلي	30	33	2.70	1.29	29	92.127	دالة
	بعدي	30	33	29.83	1.32	29	92.127	دالة
الكتابة الرياضية	قبلي	30	37	3.33	1.27	29	73.005	دالة
	بعدي	30	37	32.30	2.15	29	73.005	دالة
الاختبار ككل	قبلي	30	70	6.03	1.65	29	128.16	دالة
	بعدي	30	70	62.13	1.72	29	128.16	دالة

ويتضح من الجدول (1) أن قيمة "ت" المحسوبة في اختبار التواصل الرياضي الكتابي ككل وأبعاده أكبر من قيمتها الجدولية (2.756) عند درجة حرية (29)، بمستوى دلالة "Sig." (0.000) وهي قيمة احتمالية أقل من (0.01)، وهذا يعني وجود فرق حقيقي بين درجات عينة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي لصالح المتوسط الأعلى وهو متوسط الدرجات البعدي لاختبار التواصل الرياضي الكتابي ككل وأبعاده. حيث بلغ متوسط درجات عينة البحث في التطبيق البعدي (62.13) في مقابل (6.03) للتطبيق القبلي، وهذا يعني وجود نمو ملحوظ في الدرجة الكلية لاختبار التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث. وعليه يتم قبول الفرض الذي ينص على: "يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار التواصل الرياضي الكتابي لصالح التطبيق البعدي لاختبار التواصل الرياضي الكتابي".

2. حساب حجم تأثير البرنامج المقترح على التواصل الرياضي الكتابي:

أظهر الاختبار الإحصائي "ت" وجود فرق دال إحصائياً لصالح التطبيق البعدي في اختبار التواصل الرياضي الكتابي، حيث قام الباحث بحساب الدلالة العملية من خلال حساب حجم تأثير البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضية في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث. واستخدم الباحث معادلة إيتا²، في اختبار صحة الفرض الآتي "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضية تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث". والجدول (2) يوضح النتائج:

الجدول (2) قيمة حجم التأثير "إيتا²" للبرنامج المقترح على التواصل الرياضي الكتابي ومقدراه

البيان	درجات الحرية	قيمة "ت"	قيمة إيتا ²	حجم التأثير
التمثيل الرياضي	29	92.127	0.997	كبير جداً
الكتابة الرياضية	29	73.005	0.995	كبير جداً
الاختبار ككل	29	128.161	0.998	كبير جداً

ويتضح من الجدول (2) أن قيمة حجم الدلالة العملية لاختبار التواصل الرياضي الكتابي ككل بلغت (0.998)، فيما بلغت لأبعاده (0.997، 0.995) على الترتيب، وجميعها قيم أكبر من الحد الأعلى لحجم التأثير وفقاً للإطار المرجعي لحجم التأثير والبالغ (0.14)، وهذا يعني أن (99 %) من تباين المتغير التابع (التواصل الرياضي الكتابي) يعود إلى أثر المتغير المستقل (البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية)، وبالتالي فإن البرنامج المقترح قد حقق تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضي الكتابي وبعده. وعليه يتم قبول الذي ينص على: "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث".

3. حساب فاعلية البرنامج المقترح على التواصل الرياضي الكتابي:

للكشف عن فاعلية البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث، استخدم الباحث النسبة المعدلة للكسب لبليك لاختبار صحة الفرض الآتي: "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية فاعلية في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث بنسبة أكبر من (1.2) حسب النسبة المعدلة للكسب لبليك". والجدول (3) يبين النتائج:

الجدول (3): قيمة النسبة المعدلة للكسب "لبليك" للبرنامج المقترح على التواصل الرياضي الكتابي

البيان	متوسط الدرجات القبلي (س)	متوسط الدرجات البعدي (ص)	النهاية العظمى	النسبة المعدلة للكسب
التمثيل الرياضي	2.70	29.83	33	1.718
الكتابة الرياضياتية	3.33	32.30	37	1.643
الاختبار ككل	6.03	62.13	70	1.678

ويتضح من الجدول (3) أن النسبة المعدلة للكسب لبليك لاختبار التواصل الرياضي الكتابي ككل بلغت (1.678) ولأبعاد الاختبار بلغت نسبة الكسب (1.643، 1.718) على الترتيب، وجميعها نسب أكبر من النسبة التي حددها لبليك (1.2)، وبالتالي فإن البرنامج المقترح فعال بدرجة كبيرة في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث، وفي بعده. وعليه يتم قبول الفرض الذي ينص على: "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية فاعلية في تنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث بنسبة أكبر من (1.2) حسب النسبة المعدلة للكسب لبليك".

- تفسير ومناقشة نتائج التواصل الرياضي الكتابي:

في ضوء نتائج التحليل واختبار الفروض الخاصة باختبار التواصل الرياضي الكتابي، ومن نتائج الجداول (1)، (2)، (3) يتضح أن البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية قد حقق الهدف الخاص بتنمية التواصل الرياضي الكتابي لدى عينة البحث، وتحقق هذا الهدف بدرجة تأثير كبيرة جداً وبفاعلية مرتفعة. ويعزو الباحث تحسن مستوى عينة البحث في التواصل الرياضي الكتابي إلى:

- عرض المحتوى للمعرفة الرياضياتية بشكل عام وخاصة المعرفة المفاهيمية بطرق تركز على لغة الرياضيات، وكيفية فهمها والتعامل معها، أدى إلى فهم وتعزيز القدرة على الكتابة بلغة الرياضيات.
- عرض المحتوى لمفاهيم وتعميمات الاقتدرات باستخدام تمثيلات رياضية متعددة، والتركيز على توظيف هذه التمثيلات في أكثر من جانب، أدى إلى بيان أهمية التمثيلات الرياضياتية في اكتشاف المفاهيم وإدراك العلاقات بينها، وبالتالي انعكاس ذلك على الطالب.
- شعور الطالبات بالراحة والسهولة في التعامل مع التمثيلات الرياضية، وسرعة إدراك المفهوم أو المشكلة.

- استخدم طريقة حل المشكلات في تمثيل المشكلات الرياضية بأكثر من طريقة لفهمهم وتحديد المعلومات اللازمة، جعل التمثيل الرياضي جانبا أساسياً في فهم المشكلة.
 - تشويق الطالبات نحو استخدام التمثيلات الرياضية وفهمها، حيث إن التمثيل الرياضي يُساعد على ترجمة الأفكار والمفاهيم الرياضية بشكل يسمح بالتلاعب به ذهنياً ومادياً من أجل الوصول إلى المطلوب.
 - استخدام العمل الثنائي والجماعي ساهم في تدريب الطالبات على استخدام لغة الرياضيات في التعبير عن أفكارهم.
- ومما سبق عرضه من نتائج وتفسير ومناقشة لنتائج الفروض الخاصة بالتواصل الرياضي الكتابي، فإن هذه النتيجة تتفق مع نتيجة دراسة كل من: (عبدة، 2006؛ Wichelt & Kearney, 2009؛ شومان 2016) والتي أظهرت أن الاستراتيجيات والبرامج التعليمية القائمة على أبعاد القوة الرياضياتية المختلفة ساهمت في تحسين مهارات التواصل الرياضي الكتابي لدى الطالبة.

• نتائج التواصل الرياضي الشفهي:

1. التحقق من صحة الفرض الإحصائي الاستدلالي الخاص بالتواصل الرياضي الشفهي:

للتحقق من صحة الفرض الخاص بالتواصل الرياضي الشفهي استخدام الباحث اختبار "ت" لعينتين مرتبطتين (Paired T Test) والذي ينص على: "يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيقين القبلي والبعدي لبطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي". والجدول (4) يوضح النتائج:

الجدول (4) الإحصاء الوصفي وقيمة "ت" ودالاتها الإحصائية بين متوسطي درجات عينة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي للمقابلة

المهارة	المجموع	الإحصاء الوصفي						اختبار "ت"	
		عدد أفراد المجموعة	الدرجة الكلية	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	درجة الحرية	"ت" المحسوبة	قيمة Sig	الدالة
القراءة	قبلي	30	40	13.70	2.25	29	38.938	0.00	دالة
	بعدي	30	40	37.40	2.76				
الاستماع	قبلي	30	40	12.80	2.09	29	19.308	0.00	دالة
	بعدي	30	40	34.83	4.62				
التحدث	قبلي	30	40	11.37	1.33	29	36.057	0.00	دالة
	بعدي	30	40	34.37	3.00				
البطاقة ككل	قبلي	30	120	37.87	3.03	29	37.700	0.00	دالة
	بعدي	30	120	106.60	8.54				

ويتضح من الجدول (4) أن قيمة "ت" المحسوبة في بطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي ككل وأبعادها أكبر من قيمتها الجدولية (2.756) عند درجة حرية (29)، بمستوى دلالة "Sig." (0.000) وهي قيمة احتمالية أقل من (0.01)، وهذا يعني وجود فرق حقيقي بين درجات عينة البحث في التطبيق البعدي والتطبيق القبلي لبطاقة المقابلة لصالح المتوسط الأعلى وهو متوسط الدرجات البعدي للتواصل الرياضي الشفهي ككل وأبعاده. حيث بلغ متوسط درجات عينة البحث في التطبيق البعدي (106.60) في مقابل (37.87) للتطبيق القبلي، وهذا يعني وجود نمو وتحسن ملحوظ لدى عينة البحث في الدرجة الكلية على بطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي. وعليه يتم قبول الفرض الذي ينص على: "يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيقين القبلي والبعدي لبطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي لصالح

التطبيق البعدي لبطاقة المقابلة". وبما أن النتائج أظهرت فرقاً لصالح التطبيق البعدي لبطاقة المقابلة، فإن الباحث سيختبر هل وصل أفراد عينة البحث إلى درجة التمكن في مهارات التواصل الرياضي الشفهي ككل وأبعاده؟

2. التحقق من صحة الفرض الإحصائي الاستدلالي الخاص بدرجة التمكن من مهارات التواصل الشفهي:

استخدام الباحث اختبار "ت" لعينة واحدة (One sample t test) لاختبار صحة الفرض الآتي: "يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسط درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيق البعدي لبطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي ودرجة التمكن (80%)". والجدول (5) يوضح نتائج التحليل

الجدول (5) مقارنة متوسط درجات التطبيق البعدي لبطاقة المقابلة بدرجة التمكن (80%)

البيان	الإحصاء الوصفي							اختبار "ت" لعينة وحدة	
	عدد البنود	المتوسط الفرضي	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	درجة الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	قيمة Sig.	الدلالة	
القراءة	10	32	37.40	2.76	29	10.709	0.000	دالة	
التحدث	10	32	34.83	4.62	29	3.361	0.000	دالة	
الاستماع	10	32	34.37	3.00	29	4.321	0.002	دالة	
الكل	30	96	106.60	8.54	29	6.795	0.000	دالة	

ويتضح من الجدول (5) أن قيمة "ت" المحسوبة في بطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي ككل وأبعاده أكبر من قيمتها الجدولية (2.756) عند درجة حرية (29)، بمستوى دلالة "Sig." (0.000) وهي قيمة احتمالية أقل من (0.01)، وهذا يعني وجود فرق حقيقي بين درجات عينة البحث في التطبيق البعدي لبطاقة المقابلة والمتوسط الفرضي لصالح المتوسط الأعلى وهو متوسط الدرجات البعدي للتواصل الرياضي الشفهي ككل وأبعاده. حيث بلغ متوسط درجات عينة البحث في التطبيق البعدي (106.60) في مقابل (96) للمتوسط الفرضي، وهذا يعني وجود مستوى متقدم لدى عينة البحث في الدرجة الكلية على بطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي. وعليه يتم قبول الفرض الذي ينص على: "يوجد فرق دال إحصائياً بين متوسط درجات عينة البحث من طالبات الصف العاشر في التطبيقين البعدي لبطاقة مقابلة التواصل الرياضي الشفهي ودرجة التمكن (80%) لصالح متوسط درجات الطالبات".

3. حساب حجم تأثير البرنامج على التواصل الرياضي الشفهي:

استخدم الباحث معادلة إيتا²، في اختبار صحة الفرض "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضية تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضي الشفهي لدى عينة البحث". والجدول (6) يوضح النتائج:

جدول (6) قيمة حجم التأثير "إيتا²" للبرنامج المقترح على التواصل الرياضي الشفهي

البيان	درجات الحرية	قيمة "ت"	قيم إيتا ²	حجم التأثير
القراءة	29	38.938	0.981	كبير جداً
التحدث	29	19.308	0.928	كبير جداً
الاستماع	29	36.057	0.978	كبير جداً
الكل	29	37.700	0.980	كبير جداً

ويتضح من الجدول (6) أن قيمة حجم الدلالة العملية في التواصل الرياضي الشفهي ككل بلغت (0.980)، فيما بلغت لأبعاده (0.981، 0.928، 0.978) على الترتيب، وجميعها قيم أكبر من الحد الأعلى لحجم التأثير وفقاً للإطار المرجعي لحجم التأثير والبالغ (0.14)، وهذا يعني أن (92 – 98%) من تباين المتغير التابع (التواصل الرياضي الشفهي) يعود إلى أثر المتغير

المستقل (البرنامج المقترح)، وبالتالي فإن البرنامج المقترح قد حقق تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضياتي الشفهي. وعليه يتم قبول الفرض الذي ينص على: "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية تأثيراً كبيراً في تنمية التواصل الرياضياتي الشفهي لدى عينة البحث".

4. حساب فاعلية البرنامج المقترح على التواصل الرياضياتي الشفهي:

استخدم الباحث النسبة المعدلة للكسب لبلبيك لاختبار صحة الفرض الآتي: "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية فاعلية في تنمية التواصل الرياضياتي الشفهي لدى عينة البحث بنسبة أكبر من (1.2) حسب النسبة المعدلة للكسب لبلبيك". والجدول (7) يبين النتائج:

جدول (7) قيمة النسبة المعدلة للكسب "بلبيك" للبرنامج المقترح على التواصل الرياضياتي الشفهي

البيان	متوسط الدرجات القبلي (س)	متوسط الدرجات البعدي (ص)	النهاية العظمى	النسبة المعدلة للكسب
القراءة	13.70	37.50	40	1.500
التحدث	12.80	34.83	40	1.361
الاستماع	11.36	34.36	40	1.378
الكل	37.86	106.60	120	1.410

ويتضح من الجدول (7) أن النسبة المعدلة للكسب لبلبيك لاختبار التواصل الرياضياتي الشفهي ككل بلغت (1.410) ولأبعاد الاختبار بلغت نسبة الكسب (1.500، 1.361، 1.378) على الترتيب، وجميعها نسب أكبر من النسبة التي حددها بلبيك (1.2)، وبالتالي فإن للبرنامج المقترح فعالاً بدرجة كبيرة في تنمية التواصل الرياضياتي الشفهي لدى عينة البحث، وفي أبعاده. وعليه يتم قبول الفرض الذي ينص على: "يحقق البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية فاعلية في تنمية التواصل الرياضياتي الشفهي لدى عينة البحث بنسبة أكبر من (1.2) حسب النسبة المعدلة للكسب لبلبيك".

- تفسير ومناقشة نتائج التواصل الرياضياتي الشفهي:

في ضوء نتائج التحليل واختبار الفروض الخاصة ببطاقة مقابلة التواصل الرياضياتي الشفهي، ومن نتائج الجداول (4)، (5)، (6)، (7) يتضح أن البرنامج المقترح القائم على القوة الرياضياتية قد حقق تأثيراً كبيراً وفاعلية مرتفعة في تحسين مهارات التواصل الرياضياتي الشفهي لدى عينة البحث، بالإضافة إلى أن البرنامج كان له دور فعال في وصول أفراد عينة البحث إلى درجة التمكن (80 %) في مهارات التواصل الرياضياتي الشفهي. ويعزو الباحث تمكن عينة البحث من مهارات التواصل الرياضياتي الشفهي إلى:

- احتواء البرنامج على أنشطة تتطلب نقاش المعلم أو الزملاء لتفسير أو تبرير مفهوم أو علاقة رياضياتية.
- تشجيع البرنامج للطالبات على نقل أفكارهم إلى الآخرين شفاهةً، والاستماع الجيد للرد على أسئلتهم.
- توظيف طرائق التعلم الجماعي (الزوجي - التعاوني) أدى إلى إذابة الحاجز بين الطالبات والمعلم وبينهم وبين زملائهم، وبالتالي الانطلاق في التعبير عن الأفكار والمفاهيم بحرية كبيرة.
- استخدام البرنامج لأنشطة تمهيدية قائمة على الحوار والمناقشة في الخبرات السابقة أو المفاهيم الرياضياتية، ساهم في تحقيق استماع جيد، وبالتالي تحقيق تواصل شفهي فاعل.
- توجيه المعلم وإدارته الصحيحة للحوار والمناقشة، سمح بتبنيه الطالبات نحو الاستماع الجيد للآخرين، وجذب الانتباه إلى الشخص المتحدث.

- استخدام طريقة حل المشكلات في حث الطالبة على قراءة المشكلة جهرياً وتحديد ما تتضمنه من معطيات ومطلوب، وإجراء نقاش حول الطريقة الصحيحة لحل المسألة.
 - توظيف طريقة العصف الذهني القائمة على التعبير الشفهي عن الأفكار دون النظر إلى جودة الرأي، أدى إلى تحسين الطلاقة التعبيرية اللفظية لدى الطالبات.
 - توظيف البرنامج لطرائق تدريس تجعل من المتعلم محوراً رئيسياً أدى إلى إشاعة جو من الرغبة في الإنجاز والتعلم، مما أدى إلى وجود دافعية ذاتية نحو الاستماع الجيد للمعلم أو الزملاء.
 - ومما سبق عرضه من نتائج وتفسير ومناقشة لنتائج الفروض الخاصة التواصل الرياضياتي الشفهي، فإن هذه النتيجة تتفق مع نتيجة دراسة كل من: (البعجاوي، 2006؛ Kostos, & Shin, 2010؛ النذير والمالكي، 2013؛ Wachira, et al, 2013) والتي أظهرت جميعها فاعلية العديد من المداخل التعليمية والبرامج المقترحة في تنمية مهارات التواصل الرياضياتي الشفهي.
- التوصيات:**

- في ضوء أهداف البحث وما أسفرت عنه من نتائج، ومن منطلق الخلفية النظرية لمفهوم القوة الرياضياتية والتواصل الرياضياتي في الإطار النظري، يوصي الباحثين بما يأتي:
- مراجعة وتقويم مناهج الرياضيات للصف العاشر في ضوء معايير القوة الرياضياتية التي قدّمها البحث، والعمل على تضمينها في محتوى كتب الرياضيات للصف العاشر الأساسي.
- عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة حول:
- القوة الرياضياتية وتوظيفها في تقييم الطالب رياضياً، وعدم الاكتفاء بالاختبارات التحصيلية كمعيار أساسي لتقييم الطالب، وتصميم أنشطة وأدوات قياس قائمة عليها.
- التواصل الرياضياتي وكيفية تنميته لدى الطلبة، وإعداد أدوات لقياسه.
- تحديث محتوى مناهج الرياضيات في ضوء معايير القوة الرياضياتية وأبعادها، كونها من الاتجاهات الحديثة التي تركز على مفهوم التمكن الرياضياتي، وتتضمن مهارات رياضية تُعتبر أساساً في تعليم وتعلم الرياضيات.
- إعداد دليل أنشطة إثرائياً قائماً على القوة الرياضياتية لتنمية مهارات التواصل الرياضياتي لدى الطلبة.

قائمة المراجع:

- بدر، بثينة محمد (2010). الاتجاهات الحديثة في تقويم المعرفة الرياضية. مجلة التربية العملية-مصر، 13 (2)، 65 - 114.
- بدوي، رمضان مسعد (2003). استراتيجيات في تعليم وتقييم تعلم الرياضيات. عمان: دار الفكر العربي.
- بدوي، رمضان مسعد (2007). تدريس الرياضيات الفعال من رياض الأطفال حتى الصف السادس الابتدائي. عمان: دار الفكر العربي.
- بدوي، رمضان مسعد (2008). تضمين التفكير الرياضي في برامج الرياضيات المدرسية. عمان: دار الفكر العربي.
- البعجاوي، أمل كمال (2006). أثر استراتيجيتي الاستقصاء الفردي والاستقصاء التعاوني في اكتساب مهارات الاتصال والتحصيل في الرياضيات لدى طالبات المرحلة الأساسية المتوسطة في الأردن. (رسالة دكتوراه غير منشورة)، الأردن: كلية الدراسات العليا، جامعة عمان العربية.
- الحمضيات، محمود (2002). الرياضيات في اللغة واللغة في الرياضيات. مجلة رؤى تربوية - مركز القطان للبحث والتطوير التربوي، رام الله، فلسطين، العددان (7، 8)، 61 - 62.
- الرفاعي، أحمد محمد (2001). استراتيجية مقترحة لتنمية التواصل الرياضي والتحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي. (رسالة ماجستير غير منشورة)، مصر: كلية التربية، جامعة طنطا.
- الزهراني، محمد مفرح (2014). ممارسات التدريس الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين ومدى توفرها في تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية، مجلة تربويات الرياضيات-مصر، 17 (5)، 131 - 166.
- سرور، علي إسماعيل (2001). مبادئ ومستويات الرياضيات المدرسية 2000 - المنهج والتقويم. المؤتمر العلمي السنوي الرياضيات المدرسية: معايير ومستويات، القاهرة: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، 238 - 270.
- السعيد، رضا؛ والباز، أحمد (2010). معايير الجودة الشاملة في رياض الأطفال. الإسكندرية: دار التعليم الجامعي.
- السعيد، رضا؛ وعبد الحميد ناصر (2010). توكيد الجودة في مناهج التعليم - المعايير والعمليات والمخرجات المتوقعة. الإسكندرية: دار التعليم الجامعي.
- الشاطر، أزهار حسن (2014). أثر طريقة إظهار التفكير في التعليم (التمهين المعرفي) في اكتساب مهارات الاتصال و حل المسألة الرياضية والدافعية نحو التعلم في مادة الرياضيات لدى طالبات الصف العاشر الأساسي. (رسالة دكتوراه غير منشورة)، الأردن: كلية الدراسات العليا، الجامعة الأردنية.
- شحاته، حسن؛ والنجار، زينب (2003). معجم المصطلحات التربوية والنفسية. القاهرة: الدار المصرية اللبنانية.
- الشقرة، مها محمد (2006). تقويم مناهج الرياضيات الحالي لتعليم الصم من وجهة نظر المعلمين في ضوء مهارات التواصل الرياضي الكتابي. دراسات في المناهج وطرق التدريس-مصر، 113، 122 - 151.
- شومان، غادة شومان (2016). برنامج مقترح في ضوء الاتجاهات الحديثة لتنمية التواصل والإبداع الرياضي للطلاب المتفوقين بالمرحلة الثانوية. (رسالة دكتوراه غير منشورة)، مصر: كلية البنات، جامعة عين شمس.
- شيخ العيد، ونام (2014). أثر وحدة مقترحة قائمة على إستراتيجية Seven E,s في تنمية مهارات التواصل الرياضي في الهندسة والاحتفاظ بها لدى طالبات الصف التاسع الأساسي في غزة. (رسالة ماجستير غير منشورة)، فلسطين: كلية التربية، جامعة الأزهر.
- الصادق، إسماعيل محمد (2001). طرق تدريس الرياضيات - نظريات وتطبيقات. القاهرة: دار الفكر العربي.

- طافش، إيمان أسعد (2011). أثر برنامج مقترح في مهارات التواصل الرياضي على تنمية التحصيل العلمي ومهارات التفكير البصري في الهندسة لدى طالبات الصف الثامن الأساسي بغزة. (رسالة ماجستير غير منشورة)، فلسطين: كلية التربية، جامعة الأزهر.
- عبد الفتاح، ابتسام عز الدين (2008). أثر استخدام استراتيجية (فكر - زوج - شارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. (رسالة ماجستير غير منشورة)، مصر: كلية التربية، جامعة الزقازيق.
- عبيد، وليم تاووضروس (2004). تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير. عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع.
- عبيدة، ناصر السيد (2006). تطوير منهج الرياضيات في ضوء المعايير المعاصرة وأثر ذلك على تنمية القوة الرياضياتية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. المؤتمر العلمي السادس: مداخل معاصرة لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات، القاهرة: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، 50 - 101.
- العراي، محمد سعد (2004). فعالية التقويم البديل على التحصيل والتواصل وخفض قلق الرياضيات لتلاميذ المرحلة الابتدائية. المؤتمر العلمي الرابع: رياضيات التعليم العام في مجتمع المعرفة (7 - 8 يوليو)، مصر، القاهرة: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، 177 - 244.
- عطية، إبراهيم أحمد؛ وصالح، محمد أحمد (2008). فاعلية استراتيجيتي (A.L.W.K) و(فكر زوج شارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. مجلة كلية التربية - جامعة بنها-مصر ، 18 (67)، 50 - 85.
- عفيفي، أحمد (2008). أثر استخدام استراتيجية ما وراء المعرفة على التحصيل وتنمية مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس-مصر، 141، 14 - 68.
- عمر، أمل رشيد (2015). أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضياتية في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة نابلس. (رسالة ماجستير غير منشورة)، فلسطين: كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية.
- أبو عميرة، محبات محمود (2002). الإبداع في تعليم الرياضيات. الرياضيات التربوية (6)، القاهرة: مكتبة الدار العربية للكتاب.
- عوض الله، محمد عيد (2003). التمثيلات الرياضية من خلال بعض طرق التدريس المتكاملة مدخل لتدريس أساسيات الجبر لتلاميذ المرحلة الابتدائية وعلاقة ذلك بتفكيرهم الاستدلالي وتحصيلهم الفوري والمؤجل. مجلة تربويات الرياضيات-مصر، 6 (1)، 100 - 143.
- الغزالي، عصام (2016). فاعلية استراتيجية قائمة على الترابطات الرياضية في تنمية القوة الرياضية ومهارات ما وراء المعرفة لدى طلاب المرحلة الثانوية. (رسالة دكتوراه غير منشورة)، مصر: كلية التربية، جامعة كفر الشيخ.
- القبيلات، محمد؛ والمقدادي، أحمد (2014). أثر التدريس وفق القوة الرياضية على استيعاب المفاهيم الرياضية لدى طالبات الصف الثامن الأساسي في الأردن. دراسات العلوم التربوية - الأردن، 41 (ملحق)، 333 - 346.
- قرشم، أحمد غفت (2014). فاعلية استخدام نموذج التعلم القائم على المشكلة لويثلي في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب الصف الأول المتوسط. مجلة تربويات الرياضيات-مصر، 17 (8)، 79 - 166.

- القرشي، محمد بن عواض (2012). درجة تمكن معلمي الرياضيات من مهارات التواصل الرياضياتي. (رسالة ماجستير غير منشورة)، السعودية: كلية التربية، جامعة أم القرى.
- مراد، محمود؛ والوكيل، السيد (2006). فاعلية برنامج مقترح في الرياضيات قائم على الأنشطة التعليمية في تنمية مهارات التواصل والتفكير الرياضياتي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. مجلة تربويات الرياضيات، 9، 130 – 160.
- المطرب، خالد سعد (2015). المعرفة الرياضية الإجرائية والمفاهيمية اللازمة لمعلمي الصم في المرحلة الابتدائية. مجلة رسالة التربية وعلم النفس – السعودية، 48، 199 – 221.
- نصر، محمود أحمد (2009). فاعلية الكتابة للتعلم من خلال فرق التفكير في تصميم خرائط المفاهيم بالرياضيات المرحلة الإعدادية وأثر ذلك على تنمية التواصل الرياضياتي لدى طلال الفرقة الرابعة رياضيات بكلية التربية. المؤتمر العلمي الحادي والعشرون: تطوير المناهج الدراسية بين الأصالة والمعاصرة، مصر، القاهرة: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، 4، 1371 – 1443.
- Alhaddad, D., Kusumah, Y., Sabandar, J. & Dahlan. J. (2015). Enhancing students communication skills through Treffinger teaching model. *Journal on Mathematics Education*. 6 (1), 31 - 39.
- Aufa, M., Saragih, S. & Minarni, A. (2016). Development of Learning Devices through Problem Based Learning Model Based on the Context of Aceh Cultural to Improve Mathematical Communication Skills and Social Skills of SMPN 1 Muara Batu Students. *Journal of Education and Practice*. 7 (24), 232 – 248.
- Bainbridge, J., Ellis, M. & Wolodko, W. (2003). Writing to Succeed in Elementary School Mathematics. *International Electronic Journal for Leadership in Learning*. 7 (18).
- Cimena, E. (2010). How compatible are the 9th grade mathematics written exams with mathematical power assessment criteria? *Procedia Social and Behavioral Sciences*. 2, 4462 – 4467.
- David, R. & Nancy. R. (2003). Opportunities for enhanced mathematical communication. *On-Math journal*. 2 (1).
- Griffin, C., League, M., League, V., & Bae, J. (2013). Discourse Practices in Inclusive Elementary Mathematics Classrooms. *Learning Disability Quarterly*. 36 (1), 9 – 20.
- Kostos, K. & Shin, E. (2010). Using Math Journals to Enhance Second Graders' Communication of Mathematical Thinking. *Early Childhood Educ J*. 38, 223 – 231.
- Kusmaryonom I., & Suyitno, H. (2015). Mathematical Power's Description of Students in Grade 4th Based on The Theory of Constructivism. *International Journal of Education and Research*. 3 (2), 299 – 310.
- Lim, C. & Chew, C. (2007). *Mathematical Communication in Malaysian Bilingual Classroom*. The 3rd APEC – Tsukuba International Conference- December (9 - 14), Tokyo and Kanazawa.
- National Assessment of Educational Progress (NAEP). (2002). *Mathematics Framework for the 2003 National Assessment of Educational Progress*. DC: National Assessment Governing board.
- National council for Education statistics (NCES) (2007). What Dose the NAEP Mathematics Assessment Measure. Retrieved on: 10 January 2017, Available at <https://nces.ed.gov>.
- National Council of teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of teachers of Mathematics (NCTM). (2000) *Principles and Standards for School mathematics*. Reston, VA: NCTM.

- Neria, D. & Amit, M. (2004). Students preference of non-algebraic representations in mathematical communication. *28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 409 – 416.
- Qohar, A. & Sumarmo, U. (2013). Improving Mathematical Communication Ability and Self-Regulation Learning of Yunion High Students by Using Reciprocal Teaching. *Journal on Mathematics Education*. 4 (1), 59 - 74.
- Rajagukguk, W. (2016). Incorporating Learning Motivation and Self-Concept in Mathematical Communicative Ability. *International Education Studies, Canadian Center of Science and Education*. 9(4), 155 – 146.
- Sahin, S., & Baki, A. (2010). A new model to assess mathematical power. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, 1368 – 1372.
- Saragih, S. & Napitupulu, E. (2015). Developing Student-Centered Learning Model to Improve High Order Mathematical Thinking Ability. *International Education Studies, Canadian Center of Science and Education*. 8 (6), 104 – 112.
- Wachira, P. & Pourdavood, R. & Skitzki, R. (2013). *Mathematics Teacher's Role in Promoting Classroom Discourse*. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*.