IUGJEPS
Vol 27, No 01, 2019, pp 185 -211

ISSN 2410-3152

مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية

تاريخ الإرسال (18-08-2018)، تاريخ قبول النشر (04-09-2018)

درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) من المرحلة الأساسية

اسم الباحث: د. محمد نعيم أبو سكران [1,*]

[1] اسم الجامعة والبلد: محاضر غير متفرغ - قسم المناهج وطرق التدريس - كلية التربية - الجامعة الإسلامية - فلسطين

* البريد الالكتروني للباحث المرسل:

E-mail address: mabusakran@iugaza.edu.ps

الملخص:

هدفت الدراسة الكشف عن درجة توافر العمليات الرياضية (التواصل الرياضي، الترابط الرياضي، الاستدلال والبرهان الرياضي، التمثيل الرياضي) في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) الأساسية، واتبع الباحث المنهج الوصفي التحليلي، مستخدماً أسلوب تحليل المحتوى لكتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) بأجزائها الستة. وأعد الباحث لذلك أداة تحليل محتوى وفق معايير العمليات الرياضية الأربع، وقام الباحث بالتحقق من ثبات التحليل عبر الأفراد، واستخدم الباحث التكرارات والنسب المئوية في استخلاص النتائج. وكشفت نتائج تحليل محتوى كتب الرياضيات الثلاثة عن عدم توازن توزيع العمليات الرياضية الأربع منفصلة في كل صف من الصفوف (6 – 8)، وجاء ترتيب العمليات الرياضية في الصفوف الثلاثة على النحو الآتي: التواصل الرياضي، التمثيل الرياضي، الاستدلال والبرهان الرياضي، الترابط الرياضي. وكشفت النتائج عن انعدام وضعف بعض مؤشرات العمليات الرياضية، وخاصة في معياري الترابط الرياضي والاستدلال والبرهان الرياضي. وفي ضوء نتائج الدراسة أوصى الباحث بمراجعة نقاط الضعف، وتعزيز جوانب القوة في العمليات الرياضية بمحتوى كتب الرياضيات.

كلمات مفتاحية: العمليات الرياضية، التواصل الرياضي، الترابط الرياضي، التمثيل الرياضي، الاستدلال الرياضي

Degree of Availability the Standards of school mathematics processes in the new Palestinian mathematics textbooks (6 - 8) of the basic stage

Abstract:

This study aimed to identify the degree of availability of the indicators of the Standards of school mathematics processes in the new Palestinian mathematics textbooks (6 - 8) of the basic stage. The researcher used the descriptive analytical method (content analysis), based on the school mathematics processes standards (Mathematical Communication, Mathematical Connections, Mathematical Representation, Mathematical Reasoning and Proof). The sample of the study is the new Palestinian mathematics textbooks (6 - 8) of the basic stage, in the academic year of 2017-2018. The results revealed that the order of mathematics processes was respectively: Mathematical Communication, Mathematical Representation, Mathematical Reasoning and Proof, Mathematical Connections. The standard of mathematics communication and mathematical representation shows a medium degree of availability in mathematics textbooks (6 - 8), addition to the standard of reasoning and mathematical proof, and mathematical connections, which was largely unavailable. In light of the results of the study, the researcher recommended the need to review the weaknesses, and to enhance their strength aspects of the Standards of school mathematics processes.

Keywords: mathematics processes, Mathematical Communication, Mathematical Connections, Mathematical Representation, Mathematical Reasoning and Proof

المقدمة:

يحظى التعليم في فلسطين بأهمية كبيرة منذ نشأة النظام التعليمي عام (1998)، حيث تتابعت مراحل تطوير التعليم، فبعد أن كانت المدارس الفلسطينية في الضفة الغربية تُطبق المناهج التعليمية الأردنية، وفي قطاع غزة تطبق المدارس المناهج التعليمية المصرية، دخل التعليم في فلسطين عهداً جديداً، انتقل فيه من التبعية إلى الاستقلالية، وتم تأليف مناهج فلسطينية لأول مرة، وبدء تدريسها في كافة المحافظات الفلسطينية في العام الدراسي (2001/2000)، واستمر التطوير على مراحل متعددة شملت كافة عناصر المنهج بدءاً من الأهداف ومروراً بالمحتوى وانتهاءً بأساليب التقويم المتبعة.

وفي إطار التطوير المستمر للمناهج بدأت وزارة التربية والتعليم عام (2015) بإعداد وثائق لتصميم المناهج التعليمية، ومن ضمنها وثيقة مناهج الرياضيات للصفوف (1 – 12)، استناداً إلى: المعايير المشتركة العامة لتعلم الرياضيات (CCSM)، ومعايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في أمريكا (NCTM)، والإطار العام لمناهج الرياضيات في ولاية ماساتشوستس (Massachussetts curriculum framework, 2011)، ووثيقة الخطوط العريضة لمناهج الرياضيات اليابانية (مركز المناهج الفلسطيني، 2016)، وفي ضوء ذلك تم تطوير منهج الرياضيات لجميع الصفوف، وتم تطبيقه تدريجياً منذ عام (2017/2016) للمرحلة الأساسية، وحتى عام (2019/2018) للمرحلة الثانوية.

وتأتي أهمية الرياضيات المدرسية انطلاقاً من ظهور حركة المعايير في ثمانينيات القرن العشرين والتي شكلت إحدى مسارات تطوير تعليم الرياضيات وتعلمها (عبيد، 2004)، حيث ظهر في عام (1989) تقرير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، وفي عام (1991) قدّم المجلس معاييراً لتدريس الرياضيات المدرسية (Professional Teaching Standards) أو ما يعرف بـــ المعايير المهنية لتدريس الرياضيات، وفي عام (1995) وضع المجلس معايير التقييم للرياضيات المدرسية، وفي عام (2000) أجرى المجلس تطويراً بعنوان (المعايير والمبادئ) لوضع إطار توجيهي لما يجب أن يُتّبع في تدريس الرياضيات، وما يحتاجه المعلمون لتحقيق أهدافاً جديدة في تعليم الرياضيات وتعلمها.

وتشتمل وثيقة المبادئ والمعايير (NCTM, 2000: 29) على ستة عناصر أساسية، حيث شملت المبادئ: المساواة، المنهج، التعليم، التعلم، التقييم، والتكنولوجيا. فيما شملت المعايير: المحتوى والعمليات لجميع المراحل الدراسية (K - 12). حيث يُصنَّف المحتوى الرياضي حسب القدرات الرياضية، إلى ثلاثة أنواع من المعرفة، هي: المعرفة المفاهيمية، الإجرائية، وحل المشكلات (Braswell, J., Dion, G., Daane, M., & Jin, Y., 2005: 3)، وتشمل المعايير: معايير المحتوى: وتتضمن ما ينبغي أن يتعلّمه المتعلم: الأعداد، الجبر، الهندسة، القياس، تحليل البيانات والاحتمالات. بالإضافة إلى معايير العمليات: وتتضمن ما ينبغي أن يقوم به المتعلم من عمليات "التواصل الرياضي، الترابط الرياضي، التمثيل الرياضي والبرهان، والتفكير المنطقي (Reeder, S., 2002: 9).

ورُغم التقدم الكبير والمتسارع في الرياضيات كمادة أكاديمية وأداة فاعلة في تقدم العلوم والتكنولوجيا، إلا أن الرياضيات كمادة تعليمية ما زالت تعاني من سلبيات في المحتوى وأساليب التعليم وأنشطة التعلم ونواتج تقويم تحصيل المتعلمين في كل المراحل التعليمية، ويعود ذلك إلى أسباب عديدة منها (عبيد، 2004: 17 – 18):

- ضعف مستويات تحصيل المتعلمين محلياً وعالمياً، ويتضح ذلك من النقص الشديد في امتلاك الخريجين للمهارات الأساسية، وفي القدرة على التفكير التحليلي عند حل المسائل والمشكلات الرياضية، وقصور شديد في حل مسائل غير نمطية.

- الاعتقاد الخاطئ بأن الرياضيات مادة صعبة التعلم، وأنه لا يمكن تعلمها، وأنها مادة مجردة لا يُشعر بقيمتها.
- الاتجاهات السلبية نحو الرياضيات، ويظهر ذلك في انخفاض الإقبال على دراسة الرياضيات سواء أكانت اختيارية أم إجبارية.
- الاتجاهات غير الصحيحة نحو تعليم الأطفال، ويتضح ذلك في أن الكثير من الممارسات في وضع المحتوى الرياضي تبحث عن رجل في طفل، فهي تقدم الرياضيات أحياناً وكأنها تعده فقط ليكون رياضياً أو ليلتحق بقسم الرياضيات بالجامعة.

ونتيجة لهذه الأسباب جاءت نتائج تقييم الدول العربية في الدراسة الدولية في الرياضيات والعلوم (TIMSS) دون المتوسط الدولي على مرّ الدورات الأربع الأخيرة (2003، 2007، 2011، 2015)، فيما شهدت بعض الدول تقدّماً طفيفاً ومنها فلسطين في دورة عام (2011) (Mullis, et. al. 2016). وهذا ما أشارت له نتائج التقييمات الدولية (TIMSS) لسنة (2011) في الدول العربية من تدني ملحوظ في المستوى العربي في مادة الرياضيات للصفين الرابع والثامن الأساسي، مقارنة بمتوسط الأداء العالمي (صميدة وغريس، 2014).

وتوضح هذه الأسباب ضعف التناسب بين مخرجات النظام التعليمي الفلسطيني، وما تطمح وزارة التربية والتعليم الفلسطينية لتحقيقه من مخرجات عالية الجودة من حيث المعرفة والعمليات الرياضية والمهارات الحياتية. ولهذا فإن دوافع تطوير مناهج الرياضيات يجب أن تتمثل في القضاء على الظواهر السلبية والمعتقدات الخاطئة التي رافقت الرياضيات، وإعطاء قدر كبير من الحيوية للرياضيات كمادة تعليمية من حيث تجديدها لتصبح أداة نفعية تمارس دورها التطبيقي والحياتي، وتمس مناشط الحياة لكل الأفراد في كل مراحلهم العمرية، وفي كلا الحالتين فإن الأمر يتطلب جعل الرياضيات مشوقة وجذابة، وتخلص المحتوى من المهارات التقليدية الروتينية، وإحداث مزيد من التناسق والتناغم بين ما يقدم في محتوى الرياضيات وما يدرسه الطلبة في المواد الأخرى (عبيد، 2004: 20).

ولكي تتسم مناهج الرياضيات بالحيوية والنفعية، لا بد من توافر معايير الرياضيات المدرسية في محتواها، ومنها معايير المحتوى الرياضي التي تصف ما يجب أن يعرفه الطالب في المجال الرياضي (الأعداد، الجبر، الهندسة، الإحصاء والاحتمال)، ومعايير العمليات الرياضية التي تصف قدرة الطالب على التعامل مع المحتوى الرياضي من حيث قراءته وكتابته واستخدام تعبيراته في النقاش، وإجراء ترابطات بين مجالات المحتوى الرياضي وبين الرياضيات والعلوم الأخرى، فضلاً عن استنتاج وتوليد المعرفة الرياضية، إضافة إلى إجراء التمثيلات الرياضية المتعددة للمعرفة المفاهيمية.

ولهذا جاء في وثيقة مناهج الرياضيات الفلسطينية الجديدة أن الغاية من منهاج الرياضيات هو اكتساب معارف ومهارات أساسية في الرياضيات، وتطوير القدرة على التفكير والتواصل بطريقة رياضية وتوظيفها في استكشاف حلول عملية لظواهر طبيعية واجتماعية ومشكلات حياتية، واستخدام لغة الرياضيات لاستقصاء العلاقات والتعميمات وتقديم الحجج والبراهين لحل مشكلات رياضية وحياتية (مركز المناهج الفلسطيني، 2016).

وتؤكد معايير العمليات الرياضية للصفوف (5 – 8) على متابعة المشكلات مفتوحة النهاية والتوسع في مشروعات حل المشكلات، وتمثيل مواقف بصور متعددة، ومناقشة وكتابة وقراءة الأفكار الرياضية والاستماع إليها، والتعليل في سياقات مكانية وباستخدام التناسب، واستخدام الاستقراء والاستنباط (عبيد، 2004: 48).

وفي ضوء ما سبق يتضح أن رياضيات القرن الواحد والعشرين تتطلب تدريسها على أنها أداة للتفكير والاتصال من خلال مشكلات أو مواقف تساعد الطلبة على العمل لبناء معرفة جديدة تتكامل مع معرفتهم السابقة، بحيث يحرزوا قوة رياضية تمكنهم من تمييز الأنماط، وحل المسائل غير التقليدية، والتفكير والاتصال بشكل فعّال في حياتهم (أيوب، 2001: 2).

وسعياً وراء إبقاء مناهج الرياضيات الفلسطينية في إطار الحداثة ومواكبة التوجهات العالمية في تعليم الرياضيات وتعلمها، يجب تناول كتب الرياضيات المدرسية بالتحليل لمحتواها، وذلك للكشف عما تتضمنه من معايير عالمية في تعليم الرياضيات وتعلمها، ولهذا جاءت الدراسة الحالية لتحليل محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) الأساسية، بهدف الكشف عن درجة توافر معايير العمليات الرياضية في محتوى كتب الرياضيات لهذه المرحلة التعليمية.

مشكلة الدراسة:

يمر النظام التعليمي الفلسطيني بشكل عام، والمناهج التعليمية بشكل خاص بتطورات متتابعة منذ عام (1998) وحتى عامنا هذا، ومن خلال متابعة الباحث لهذه التطورات، وما نتج عن المؤتمرات التربوية الخاصة بتطوير المناهج الفلسطينية، ومنها: (مؤتمر الجامعة الإسلامية، 2017، مؤتمر جامعة الأقصى، 2017)، والتي خرجت بتوصيات من ضمنها: إجراء دراسات تقويمية للمناهج التعليمية الجديدة في ضوء المعايير العالمية للمناهج. وانطلاقاً من اهتمام وزارة التربية والتعليم الفلسطينية بتطوير المناهج الفلسطينية ومنها مناهج الرياضيات، وتلبية للنداءات المتتالية لمراجعة وتقويم مناهج الرياضيات الفلسطينية والعربية في ضوء المعايير والاتجاهات الحديثة، ونظراً لحداثة مناهج الرياضيات الفلسطينية وعدم تناولها بالتحليل والتقويم، شعر الباحث بأهمية تواصل عملية البحث والتقويم للتعرف على ما تتضمنه مناهج الرياضيات الفلسطينية، وخاصة في ضوء النتائج التي كشفت عنها دراسة العاصي (2018) والتي أظهرت عدم توافر معايير الاستدلال والبرهان الرياضي، وتوافر معايير العمليات الرياضية الأخرى بدرجة متفاوتة في مناهج الرياضيات للصفوف (1 – 4)، ومن هنا تولد لدى الباحث شعور بضرورة تحليل كتب الرياضيات الجديدة لمرحلة تعليمية مختلفة هي الصفوف (6 – 8) الأساسية، والوقوف على درجة توافر مؤشرات العمليات الرياضية فيها، وتقديم ما يُسهم في الارتقاء بالمحتوى الرياضي.

وتتحدد مشكلة الدراسة في السؤال الرئيس الآتي:

ما درجة توافر مؤشرات العمليات الرياضية في كتب الرياضيات الجديدة للصفوف (6 – 8) الأساسية؟

ويتفرع منه الأسئلة التالية:

1. ما درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي؟
2. ما درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي؟
3. ما درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي؟

أهداف الدراسة:

تهدف الدراسة إلى تحليل محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) الأساسية في ضوء معايير العمليات الرياضية (التواصل، الترابط، الاستدلال والبرهان، والتمثيل)، وذلك لتحديد درجة توافر هذه العمليات في محتوى كتب الرياضيات، وتقديم التوصيات التي تُعين القائمين على تطوير مناهج الرياضيات للاستفادة من مخرجات الدراسة.

أهمية الدراسة:

تتمثل أهمية الدراسة في تناولها لكتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة والتي طُبقت في العام الدراسي 2018/2017، فضلاً عن تناول معايير العمليات الرياضية كأحد أهم الموضوعات في مجال تعليم الرياضيات وتعلمها، وقد تُسهم نتائج الدراسة في التعرف إلى جوانب القوة والضعف لتوافر العمليات الرياضية في كتب الرياضيات، وقد تساعد الدراسة المختصين في مجال بناء مناهج الرياضيات لمراعاة ما توصلت له الدراسة.

حدود الدراسة:

اقتصرت الدراسة على تحليل كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) الأساسية في ضوء معايير العمليات الرياضية، كما تناولت الدراسة كافة العمليات الرياضية (التواصل، الترابط، الاستدلال والبرهان، والتمثيل)، وأجريت الدراسة في الفصل الثاني للعام الدراسي 2018/2017.

مصطلحات الدراسة:

تتحدد مصطلحات الدراسة كما يأتي:

1. **العمليات الرياضية** عرّف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000: 29) العمليات الرياضية بأنها: طرق وأساليب الحصول على معرفة المحتوى الرياضي واستخدامه، والتي يجب أن يتضمنها محتوى الرياضيات في كافة صفوف التعليم العام (1 – 12)، وهي:

- **التواصل الرياضي:** طريقة لتبادل الأفكار وتوضيح الفهم الرياضي، من خلال طرح الأفكار الرياضية للتفكير والتنقيح والنقاش والتعديل، وصولاً لبناء معنى وديمومة لهذه الأفكار، ويتضمن التواصل الرياضي كتابة وقراءة لغة الرياضيات، وإجراء النقاشات حول بنيتها الأساسية باستخدام لغة الرياضيات.
- **الترابط الرياضي:** إيجاد روابط رياضية بين مجالات الرياضيات، وفي السياقات التي تربط الرياضيات بمجالات أخرى، وفي السياقات التي تربط الرياضيات بحياة الطالب وخبراتهم الخاصة؛ وذلك ليكون تعلم الرياضيات أكثر عمقاً وديمومة، فلا يتعلم الطالب الرياضيات فحسب، بل يتعلم فائدة الرياضيات.
- **الاستدلال والبرهان الرياضي:** القدرة على التفكير لفهم الرياضيات بصورة أكثر منطقية، وذلك من خلال تطوير الأفكار الرياضية، واستكشاف الظواهر، وتبرير النتائج، وملاحظة الأنماط، واستخدام التخمينات في جميع مجالات المحتوى.
- **التمثيل الرياضي:** إعادة تمثيل الأفكار الرياضية بطرق متعددة تسمح للطالب بفهم هذه الأفكار واستخدامها، وهذه التمثيلات تتضمن: الألفاظ والأرقام والرموز الرياضية، التعبيرات الجبرية والمعادلات، الرسوم البيانية، جداول البيانات.

2. **كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) الأساسية:** هي كتب الرياضيات الفلسطينية التي تم تطويرها مؤخراً، والتي بدأ تطبيقها رسمياً في المدارس الفلسطينية في العام الدراسي 2018/2017، والمقررة من قِبل وزارة التربية والتعليم العالي الفلسطينية للصفوف (6 – 8) الأساسية.

الإطار النظري والدراسات السابقة:

- **أولاً: معايير العمليات الرياضية:**

تُعتبر العمليات الرياضية أحد أبعاد القوة الرياضية (Mathematical Power) التي أشار لها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics) بأنها الحد الأقصى من المعرفة الرياضية التي يمكن للطالب توظيفها في التفكير والتواصل في الرياضيات وحولها، والاستدلال والتفكير إبداعياً ونقدياً، بالإضافة إلى قدرته على صياغة وحل المشكلات غير النمطية (NCTM, 1989).

وتمثل العمليات الرياضية مصدراً أساسياً لقدرة الطالب الرياضية؛ إذ إنَّ وجود المعرفة الرياضية لدى الطالب في أي موضوع من موضوعات الرياضيات لا يكفي وحده، بل يحتاج الطالب إلى قدرات ومهارات تواصلية وترابطية وتمثيلية داخل المعرفة الرياضية. وتعكس قدرةَ الطالب الرياضية العملياتُ المعرفية في سياق أوسع بسبب القدرات الاستدلالية، والترابط الرياضي عبر المحتوى، وقدرات الطلبة على التواصل (Neidorf, T., et al, 2006:).

وقد أثبتت العديد من الدراسات (Neria, & Amit, 2004؛ البعجاوي، 2006؛ Qohar, & Sumarmo, 2013؛ شومان، 2016) أن تنمية العمليات الرياضية لدى الطلبة ممكنة إذا ما توافر المحتوى الرياضي الداعم لهذه المهارات، وإذا ما توافرت طرائق واستراتيجيات تدريس الرياضيات التي تُمكن الطالب من التواصل في الرياضيات وحول الرياضيات، وكذلك توافر الأنشطة التي تعتمد على الكتابة والقراءة والمناقشة والاستماع والتمثيل الرياضي، فضلاً عن ذلك ضرورة التحول من أساليب التقويم التقليدية إلى أساليب تعتمد على قياس مهارات التواصل الرياضي.

ولهذا ينبغي على أي محتوى رياضي أن يتضمن تمكين الطلبة من: التفاعل مع محتوى الرياضيات قراءة وكتابة ومناقشة، وإدراك الترابطات بين الرياضيات وخارجها، والقدرة على تمثيل المعرفة الرياضية بصورٍ متعددة، والوصول إلى المعرفة الرياضية وإنتاجها من خلال عمليات عقلية كالاستقراء والاستنتاج.

وتتفق العديد من المصادر والدراسات، مثل: (عبد الحميد، 2011؛ السعيد، وعبد الحميد، 2010؛ سرور، 2010؛ زنقور، 2008؛ عبيده، 2006) على مكونات العمليات الرياضية، وهي: التواصل الرياضي، الترابط الرياضي، الاستدلال الرياضي، التمثيل الرياضي. وفيما يأتي توضيح للعمليات الرياضية:

أولاً: التواصل الرياضي:

إنّ للرياضيات خصوصية تنفرد بها عن سائر العلوم، فإن تعلمها يتضمن قراءة وكتابة لغتها، ومناقشة موضوعاتها، وفهم وإدراك قواعد التعبير عنها أو التعبير بها. لذا فإن الطالب عندما يُطلب منه حل مشكلة أو أن يجيب عن سؤال ينبغي أن يكون قادراً على التعبير عن فكرته بلغة واضحة تُقنع المستمع والمعلم (عبيد، 2004: 52).

وعرّف ليم وشو (Lim, C. & Chew, C., 2007: 23) التواصل الرياضي بأنه: "طريقة لتبادل الأفكار وتوضيح فهم الرياضيات من خلال الحديث والاستجواب، وتنعكس من خلال التحليل والمناقشة، وتعمل على تعزيز وتنمية المعرفة لدى

الطلبة بشكل منطقي، وبصورة أعمق، فضلاً عن استخدام اللغة الرياضية التي تسهم إلى حدٍّ كبير في رفع مستواهم الرياضي، وخصوصاً عندما يستطيعون التعبير عن أفكارهم، وآرائهم".

ويُعرَّف التواصل الرياضي بأنه: القدرة على استخدام لغة الرياضيات والمنطق بأسلوب مترابط وواضح في التعبير عن الأفكار الرياضية، وتوضيحها للآخرين في المواقف الرياضية التعليمية المختلفة (تحدثاً وكتابةً وتمثيلاً)، دون لبس أو غموض، وكذلك القدرة على استقبال وفهم هذه الأفكار الرياضية فهماً دقيقاً.

وباستقراء الباحث للعديد من الدراسات، مثل: (الزهراني، 2014؛ Saragih, & Napitupulu, 2015؛ Aufa, et al., 2016؛ Rajagukguk, 2016) أمكن تلخيص أهمية التواصل الرياضي كعملية مهمة في تعلم الرياضيات، حيث إنَّه: يُمثِّل مرآة يرى فيها الطالب أفكاره، وبالتالي يستطيع اتخاذ القرار المناسب حيال هذه الأفكار، كما ويُمثِّل قاعدةً أساسية لتشييد الإنجازات الرياضية للطلبة، وأداةً مساعدة على فهم وتفسير وتقييم الأفكار المعروضة من الآخرين، فضلاً عن إسهامه في فك التعقيد المرتبط بين فكر العديد من الطلبة وبين تعلّم الرياضيات ومفاهيمها، إضافة إلى أن فهم لغة الرياضيات تساعد على فهم المشكلة الرياضية.

وأشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000: 61) إلى أن البرامج التدريسية يجب أن تُمكِّن الطلبة من: تنظيم التفكير الرياضي، ونقل العبارات الرياضية بشكل واضح للآخرين، وتحليل وتقييم المناقشات الرياضية المقدمة من قبل الآخرين، واستخدام اللغة الرياضية للتعبير عن الأفكار الرياضية بدقة. واتفقت العديد من الدراسات على تصنيف قدرات التواصل الرياضي إلى مهارات رئيسية:

- **القراءة الرياضية:** وتعني قدرة الطالب على قراءة الرموز والمصطلحات والعلاقات والصيغ الرياضية والرسوم والأشكال والجداول قراءة سليمة. وأوصى المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000: 67) بضرورة مساعدة الطلبة على فهم المفردات الرياضية، مثل: المفردات الخاصة بالألفاظ الرياضية (البسط – المقام – القاسم المشترك)، والمفردات اللغوية التي لها دلالة رياضية (رقم، ارتفاع، وتر، عشري)، والرموز الرياضية (//، – ÷، ×، –، +، د(س)، [س]).
- **الكتابة الرياضية:** وتعني قدرة الطالب على التعبير عن الأفكار والمفاهيم والعلاقات الرياضية كتابياً، وترجمتها إلى كلمات بشكل سليم. وتشمل أشكالاً صنفتها عبد الفتاح (2008) إلى: الكتابة الكاشفة: التي يصف الطالب من خلالها أفكاره، ويبرر الإجراءات والنتائج للآخرين، وتُستخدم كدليل على فهم الطلبة للأفكار الرياضية، والكتابة المقالية: وهي استجابات قصيرة مكتوبة يُقدمها الطالب بلغته العادية، رداً على أسئلة يوجهها المعلم، مما قد يزوده بأداة تشخيصية للكشف عن الصعوبات التي يواجهها الطالب، والعمل على علاجها.
- **الاستماع:** ويعني قدرة الطالب على فهم ألفاظ ورموز الرياضيات المنطوقة. وأشار كل من (عبيد، 2004؛ مراد، والوكيل، 2006) إلى بعض أشكال مهارة الاستماع في الرياضيات منها: الاستماع إلى وصف نماذج حسّية أو هندسية مثلاً وتنفيذها على نحو صحيح، والاستماع الجيد لما يقوله المدرس أو زملاؤه، وللتأكد من حسن ذلك يطلب المعلم من الطالب تكرار ما سمعه، أو أن يعيده بلغته، أو يناقش ويفسر ما أصغى إليه.

- **التحدث:** ويعني قدرة الطالب على استخدام لغة الرياضيات للتعبير عن الأفكار الرياضية شفهياً، ويتضمن التحدث مهارات عديدة (السعيد، وعبد الحميد، 2010) منها: صياغة الأسئلة الشفهية بلغة الرياضيات، والرد على الأسئلة المطروحة عليه من الزملاء أو المعلم.
- **التمثيل الرياضي:** ويعني قدرة الطالب على إعادة تقديم المعرفة الرياضية في صورة أخرى، قد تكون شكلًا هندسيًا أو رسمًا بيانيًا أو أيَّ شكل يعبر عن فهم الطالب، ويتضمن التمثيل الرياضي أشكالاً مختلفة ذكرها (السعيد، والباز، 2010): الترجمة الرياضية: وتعني تحويل الصور الرياضية إلى صور أخرى تتضمن جميع عناصر الصورة الأولى دون إهمال لأيٍّ منها، والرسم البياني: ويعني تمثيل بصري للمفاهيم والعلاقات الرياضية في صورة مرتبطة ومنظمة بشكل يظهرها بوضوح وسرعة، وأخيراً المعالجة الرمزية: وتستخدم عند حل مشكلات على شكل صيغ لفظية جبرية.

ثانياً: الترابط الرياضي:

يُشير الترابط الرياضي إلى إدراك الطالب للعلاقة بين موضوعات الرياضيات، وإدراك الترابطات بين المواد الدراسية المختلفة، بالإضافة إلى إدراك العلاقة بين التعلم المدرسي وما يربطها بمفردات حياة الطالب الحقيقية (السعيد، وعبد الحميد، 2010: 219). وأشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000: 254) إلى أن الترابط الرياضي يعني قدرة الطالب على رؤية العلاقات والترابطات بين مختلف مجالات المحتوى الرياضي، وتطوير رؤيته للرياضيات ككل متكامل.

وأشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000: 254) إلى أن البرامج التدريسية يجب أن تُمكِّن الطلبة من: تطوير القدرة على ربط الأفكار الرياضية، وزيادة الفهم العميق للمشكلات من خلال استخدام الخبرات السابقة في سياقات مختلفة لإثبات أو دحض معارف رياضيَّة، وربط الأفكار الرياضية ببعضها لتقوية فهم المشكلة، واتباع طرق مختلفة ومتعددة قد تؤدي إلى نتائج مماثلة.

ومن أمثلة الترابط الرياضي: إدراك العلاقة بين الدوال كقواعد رياضية تُستخدم في تسهيل الحسابات والمعاملات التجارية، مثل: تحديد الربح والخسارة من خلال قاعدة دالة مُعطاة، وإدراك نفعية الرياضيات في الحياة اليومية، مثل: يتقاضى حارس أمن مبلغ 15 دينار يومياً: اكتب تعبيراً جبرياً يُعبِّر عما يتقاضاه الحارس لقاء س يوم.

ثالثاً: التمثيل الرياضي:

التمثيل الرياضي هو التكوين الذي ينشأ عند تمثيل علاقة أو مفهوم ما بطريقة أخرى، ويُعرِّفه السواعي (2010: 142) بأنه "استخدام أشياء مثل الكلمات والجداول والرسومات للتعبير عن فكرة أو مفهوم رياضي".

ويلعب التمثيل الرياضي دوراً هاماً في تطوير فهم الطالب للمفاهيم والمشكلات الرياضية اللفظية، ولهذا يجب التركيز بشكل كبير على تفسيرها بشكل صحيح وفهمها ومراقبة الخطوات ودراسة التمثيلات المحتملة للمشكلة (Debrenti, 2015). ويزيد التمثيل الرياضي من فرص الفهم لدى المتعلمين، ويجعل الاتصال المفاهيمي أكثر عمقاً، ويزيد من القدرة على فهم وتفسير النتائج (Grossman, 2010؛ Suh, Moyer, & Heo, 2005).

وأشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000: 7) إلى أن البرامج التدريسية يجب أن تُمكِّن الطلبة من: ابتكار واستخدام التمثيلات المتعددة في تنظيم وتسجيل ونقل الأفكار الرياضية، واختبار وتطبيق التمثيلات الرياضية لحل المشكلات، واستخدام التمثيلات الرياضية لنمذجة وتفسير الظواهر الفيزيائية.

وتشمل التمثيلات الرياضية أنواع هي: تجارب الحياة الحقيقية، النماذج، الصور أو الرسوم البيانية، الكلمات المنطوقة، الرموز المكتوبة (Salkind, 2007). وتمثيل الصورة يشمل رسم المجسمات والرسوم التخطيطية ورسم الموازين والخطوط والخرائط، أما التمثيلات البيانية تشمل الخط أو الشعاع أو الأعمدة أو الدوائر وخط الرسم، وكذلك التمثيل الرمزي يشمل الجداول والتعبيرات عن المتغيرات بصيغ عامة أو دوال وتمثيلات واقعية (عوض الله، 2003).

ومن أمثلة التمثيل الرياضي: حديقة منزلية مربعة الشكل طول ضلعها (س)، اكتب الدالة التي تُعبِّر عن مساحة الحديقة – تمثيل الدالة د(س) = $س^2$ بأكثر من طريقة (مخطط سهمي، جداول، أزواج مرتبة، رسم بياني).

رابعاً: الاستدلال والبرهان الرياضي:

يعتبر الاستدلال الرياضي من العناصر الأساسية في الرياضيات، وهو كذلك أساس لتعليم الرياضيات المدرسية (Brodie, 2010). ويُعرَّف الاستدلال بأنه "عملية تفكير تتضمن وضع الحقائق أو المعلومات بطريقة منظمة أو معالجتها بحيث تؤدي إلى استنتاج أو قرار أو حل مشكلة، ويتم ذلك بالاستناد إلى قواعد واستراتيجيات محددة، بهدف إنتاج وتوليد معرفة جديدة عن طريق الاستنباط أو الاستقراء" (شحاته، والنجار، 2003: 38). وينطوي الاستدلال على فهم المعلومات والمفاهيم الرياضية بطريقة منطقية، ويتم تشكيل الاستنتاجات والتعميمات على أساس هذا الفهم (Higgins, Crawford, D'Angelo, Horney, 2016).

ويتضمن الاستدلال الرياضي القدرة على استخلاص استنتاجات منطقية استناداً إلى بيانات موجودة، والقدرة على التوافر من صحة الحجج في حل المشكلات، والقدرة على شرح الأرقام والجداول المستخدمة في حل المشكلات، والقدرة على إثبات العلاقة بين المفاهيم الرياضية (Ayal, Kusuma, Sabandar, Afgan, 2016: 52).

وأشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) إلى أن البرامج التدريسية يجب أن تُمكِّن الطلبة من: التعرُّف على الاستدلال والبرهنة كمجالات أساسية في الرياضيات، ودراسة وعمل التخمينات الرياضية، ونمو وتقييم المناقشات والبراهين الرياضية، واستخدام واختيار أنواع مختلفة للاستدلال الرياضي وطرق البرهنة.

ومن أمثلة الاستدلال الرياضي: تخمين ماذا سيحدث لبيان الدالة د(س) = $س^5$، إذا عُلمت خواص الدالة التكعيبية، وتفسير ماذا سيحدث للدالة التربيعية لو أصبح مجالها مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة.

- **الدراسات السابقة ذات الصلة:**

استعرض الباحث الدراسات السابقة التي تناولت تحليل محتوى كتب الرياضيات في ضوء معايير الرياضيات، وخاصة معايير العمليات الرياضية، وأجريت هذه الدراسات على كتب الرياضيات الفلسطينية والعربية:

أجريت دراستان – في حدود علم الباحث – على مناهج الرياضيات الفلسطينية الجديدة، فقد كشفت دراسة العاصي (2018) عن عدم توافر معايير الاستدلال والبرهان الرياضي في محتوى كتب الرياضيات الجديدة للصفوف (3 – 5)، فيما توافرت معايير التواصل والترابط والتمثيل الرياضي بدرجة متوسطة في كتب الرياضيات. وكشفت دراسة المغربي (2018) عن توافر التمثيلات الرياضية: (المكتوبة، الرموز، الصور والرسومات، المحسوس، الجداول، الحاسوب) في كتب الرياضيات للمرحلة الأساسية العليا بنسب متفاوتة، وكشفت عن وجود فروقاً بين أنواع التمثيلات الرياضية لصالح التمثيلات المكتوبة والتمثيلات الرمزية، كما بينت نتائج البحث وجود فروق في توظيف التمثيلات الرياضية حسب الصف لصالح الصف التاسع.

أما مناهج الرياضيات الفلسطينية القديمة فقد أجريت عليها بعض الدراسات التقويمية في ضوء معايير الرياضيات بشكل عام، ومنها: دراسة مقاط (2016) التي كشفت عن وجود تفاوت في نسب توافر العمليات الرياضية في كتب الرياضيات الفلسطينية والإسرائيلية للصف السابع الأساسي، وكانت نسب توافر العمليات الرياضية في كتاب الرياضيات بدرجة تتراوح ما بين ضعيفة ومتوسطة. واستهدفت دراسة الشريف (2013) المقارنة بين محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية والإسرائيلية في ضوء معايير عمليات المجلس القومي لمعلمي الرياضيات. وكشفت النتائج عن تفاوت الأوزان النسبية للعمليات الرياضية (التمثيل، الترابط) بكتب الرياضيات الفلسطينية للصفوف (7 – 9). بينما هدفت دراسة أبو العجين (2011) إلى تقويم محتوى مناهج الرياضيات الفلسطينية للصفوف (6 – 8) في ضوء المعايير الصادرة عن (NCTM)، وخاصة معياري الترابط والتمثيل الرياضي. وكشفت الدراسة عن تدني نسب توافر معيار الترابط الرياضي ومعيار التمثيل الرياضي في الكتب.

كما أجريت العديد من الدراسات في الوطن العربي لتقويم مناهج الرياضيات في ضوء معايير الرياضيات، ويستعرض الباحث منها ما يختص بالعمليات الرياضية، ففي السعودية أجرى التميمي (2017) دراسة كشفت عن أن كتاب الرياضيات للصف الثالث المتوسط قد تضمن معايير (حل المشكلات، التواصل الرياضي، التمثيل الرياضي، التفكير الرياضي) بدرجة اتساق عالية، بينما جاء معيار الترابط بدرجة متوسطة. وأجرى الزعبي والعبيدان (2014) دراسة كشفت عن توافر معايير الاستدلال والبرهان الرياضي والاتصال الرياضي في كتب الرياضيات السعودية بنسب تتراوح ما بين ضعيفة ومتوسطة. بينما كشفت دراسة الرويس (2011) عن توافر معياري الترابط والتواصل الرياضي في مصفوفة المدى والتتابع لكتب الرياضيات للصفوف (1 – 8) بدرجة متوسطة.

وفي الأردن أجريت دراسة الرمامنة وآخرون (2015) وأظهرت النتائج أن أعلى العمليات الرياضية المتوافرة في محتوى القياس بكتب الرياضيات الأردنية للصفوف (1 – 4) هي معيار العلاقات والروابط، وأدناها الاتصال الرياضي، وجاءت معايير حل المشكلات والبرهان الرياضي بينهما. وكشفت دراسة المومني (2008) عن توافر معياري الربط والتمثيل في كتب الرياضيات المدرسية الأردنية للصفوف (الرابع، الخامس، الثامن، والتاسع) بدرجة متوسطة لكلا المعيارين. وكشفت دراسة سهيل (2011) عن درجة توافر معياري الربط والاتصال في كتب الرياضيات للصف الثاني المتوسط كانت ما بين قليلة ومتوسطة، في حين كانت درجة توافر معيار التمثيل ضعيفة. وفي الكويت كشفت دراسة المنصوري والدويلة (2014) عن توافر معايير العمليات الرياضية في كتب الرياضيات الكويتية، وكان ترتيبها على النحو الآتي (التمثيل، الترابط، الاستدلال والبرهان، التواصل، حل المشكلات). وتوافرت جميعها بدرجة متوسطة ما عدا معيار حل المشكلات.

تعقيب عام على الدراسات السابقة:

استهدفت كافة الدراسات السابقة تقويم محتوى كتب الرياضيات في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات، وخاصة معايير العمليات الرياضية (التواصل، الترابط، الاستدلال، التمثيل، حل المشكلات)، واستخدمت الدراسات السابقة المنهج الوصفي التحليلي مستخدمةً أداة تحليل في ضوء معايير العمليات الرياضية. وأجريت الدراسات على كتب الرياضيات الفلسطينية والعربية سواء كانت قديمة أم مستحدثة. وبيّنت الدراسات السابقة أن توافر معايير العمليات الرياضية توافرت في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية المستهدفة بدرجة متفاوتة ما بين (ضعيف – متوسط)، وكذا الحال بالنسبة لمحتوى كتب الرياضيات العربية. واتبع الباحث في البحث الحالي المنهج الوصفي التحليلي، وأعد أداة تحليل محتوى في ضوء معايير

العمليات الرياضية (التواصل، الترابط، الاستدلال والبرهان، والتمثيل الرياضي). واستفاد الباحث من الدراسات السابقة في تحديد مؤشرات العمليات الرياضية الأربعة، وتحديد آلية الحكم على درجة توافرها في محتوى كتب الرياضيات، وكذلك استفاد الباحث منها في تفسير النتائج التي توصلت لها الدراسة الحالية.

إجراءات الدراسة:

- **منهج الدراسة:** اتبع الباحث المنهج الوصفي التحليلي، الذي يحاول من خلاله وصف الظاهرة موضوع الدراسة وتحليل بياناتها وبيان العلاقة بين مكوناتها، حيث تم استخدامه في تحليل كتب الرياضيات الجديدة للصفوف (6 – 8) الأساسي، وذلك لتقويمها في ضوء مؤشرات العمليات الرياضية.
- **عينة الدراسة:** تمثلت عينة الدراسة في كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) بجزأيها الأول والثاني طبعة 2018/2017م، وعددها (6) كتب بواقع كتابين لكل صف.
- **أداة الدراسة:**

لتحقيق هدف الدراسة المتمثل في تحديد درجة توافر مؤشرات العمليات الرياضية في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) قام الباحث ببناء أداة لتحليل محتوى الرياضيات وفقاً لمؤشرات العمليات الرياضية، وقد تم تصميم أداة الدراسة تبعاً للخطوات الآتية:

أ- الاطلاع على معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)، ودراسات سابقة ذات صلة، مثل: دراسة التميمي (2017)، ودراسة مقاط (2016)، ودراسة الشريف (2013)، ودراسة أبو العجين (2011)، وإعداد الصورة الأولية لمعايير العمليات الرياضية ومؤشراتها.

ب- التأكد من صدق أداة التحليل من خلال عرضها على (4) من المختصين في المناهج وطرق تدريس الرياضيات، و(3) معلمات لمبحث الرياضيات للصفوف المستهدفة، الذين أبدوا توافقهم على أداة التحليل.

ج- التأكد من ثبات أداة الدراسة، حيث قام الباحث بتحليل الوحدة الأولى للكتب الثلاثة (6 – 8)، وقام زميل آخر بتحليل نفس الوحدات الثلاثة للكتب، ومن ثم قام الباحث بحساب معامل الثبات باستخدام معادلة هولستي، حيث بلغ الثبات لكتب الرياضيات الثلاثة (90.3 %، 87 %، 88.8 %). على الترتيب، وهي نسب مطمئنة ومقبولة.

د- تحديد ضوابط عملية التحليل:

- شملت عملية التحليل جميع الموضوعات المتضمنة في كتب الرياضيات للصفوف (6 – 8) الأساسية.
- تم التحليل على مضمون الأنشطة لموضوعات كتب الرياضيات.
- تم احتساب كل فرع من نشاط كتكرار.
- تم اعتماد التكرارات والنسب المئوية لرصد توافر معايير العمليات الرياضية في المحتوى.

ه- تكونت القائمة في صورتها النهائية من (20) مؤشر، تندرج تحت أربع عمليات رياضية هي (التواصل الرياضي، الترابط الرياضي، الاستدلال والبرهان الرياضي، التمثيل الرياضي). والجدول الآتي يوضح الصورة النهائية للأداة:

جدول (1): مؤشرات العمليات الرياضية التي تم تحليل محتوى كتب الرياضيات في ضوئها

مؤشرات التواصل الرياضي	مؤشرات الترابط الرياضي
1. يتضمن المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من قراءة لغة الرياضيات. 2. يُوفر المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من التعبير عن أفكارهم كتابياً. 3. يوفِّر المحتوى فرصاً للنقاش والاستفهام والإصغاء. 4. يُشجع المحتوى على تفسير وتحليل أفكار الآخرين. 5. يُقدم المحتوى وصفاً لكيفية حل المسائل الرياضية.	1. يعرض المحتوى أنشطة تربط المعرفة الرياضية بتطبيقات حياتية مفيدة. 2. يوظف المحتوى الخبرات السابقة في عرض المعرفة المفاهيمية الجديدة. 3. يطرح المحتوى مشكلات في العلوم الأخرى يتطلّب حلها استخدام الرياضيات. 4. يُظْهِر المحتوى دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع. 5. يعرض المحتوى أنشطة تُظهر العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية.
مؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي	**مؤشرات التمثيل الرياضي**
1. يبحث المحتوى على تقديم تفسيرات وتبرير استنتاجات. 2. يدعم المحتوى إيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد. 3. يشتمل المحتوى تدريبات تتطلب الوصول إلى نمط أو قاعدة بطريقة منطقية. 4. يطرح المحتوى مشكلات رياضية تتطلب استخدام طرق جديدة. 5. يطرح المحتوى تساؤلات (ماذا؟ كيف؟ لماذا؟ هل؟).	1. يعرض المحتوى المعرفة المفاهيمية لفظياً. 2. يوظف المحتوى تمثيلات مصورة لتوضيح المعرفة المفاهيمية. 3. يُترجم المحتوى المعرفة المفاهيمية إلى رموز رياضية. 4. ينقل المحتوى المعرفة الرياضية من خلال الجداول والرسوم البيانية. 5. يشجع المحتوى على إجراء تمثيلات رياضية باستخدام الحاسوب.

نتائج الدراسة:

يستعرض الباحث النتائج مرتبة حسب الصفوف (6 – 8) وبما يتوافق مع أسئلة الدراسة:

- **أولاً: نتائج الإجابة عن السؤال الأول، والذي نصه:** ما درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات الجديد للصف السادس الأساسي؟

توضح الجداول (2، 3، 4، 5، 6) تكرارات معايير العمليات الرياضية ومؤشراتها في محتوى كتاب الرياضيات الفلسطيني الجديد للصف السادس الأساسي، وذلك حسب التحليل الذي قام به الباحث، كما تتضمن نسبة تكرار كل معيار ومؤشر في كتاب الرياضيات بالنسبة لمجموع تكرار كافة المؤشرات التي تم التوصل لها بعد تحليل كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي، والبالغ عددها (441) تكرار.

جدول (2): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمعايير العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	التواصل الرياضي	44	42	66	36	188	42.63
2	الترابط الرياضي	9	13	16	4	42	9.52
3	الاستدلال والبرهان الرياضي	19	25	35	7	86	19.51
4	التمثيل الرياضي	25	29	45	26	125	28.34
مجموع معايير العمليات الرياضية		97	109	162	73	441	100
نسبة توافر العمليات الرياضية		22.00	24.72	36.73	16.55	100	

يتضح من الجدول أعلاه أن معايير العمليات الرياضية الأربع توافرت في محتوى كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي، ولكن لم يتم توزيعها بتناسق في محتوى كتاب الصف السادس الأساسي، حيث كانت نسب توافر العمليات الرياضية: التواصل، الترابط، الاستدلال والبرهان، التمثيل (42.63، 9.52، 19.51، 28.34) على الترتيب، وهذا يُشير إلى أن توزيع العمليات الرياضية غير متوازن. حيث يلاحظ أن معايير التواصل الرياضي احتلت المرتبة الأولى في محتوى كتاب الصف السادس الأساسي، وبدرجة توافر متوسطة، فيما احتلت معايير التمثيل الرياضي المرتبة الثانية، وجاء معياري الاستدلال والبرهان الرياضي، والترابط الرياضي في المرتبة الثالثة والرابعة على الترتيب. ويتضح من هذه النتائج ضعف اهتمام واضعي منهج الرياضيات بتضمين أنشطة تدعم معايير الترابط الرياضي والاستدلال البرهان الرياضي. وتوافرت معايير العمليات الرياضية بصورة أكبر في محتوى الهندسة أولاً، ثم الجبر، يليه الأعداد، وأخيراً الإحصاء والاحتمال.

جدول (3): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات التواصل الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يتضمن المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من قراءة لغة الرياضيات.	2	1	1	2	6	1.36
2	يُوفر المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من التعبير عن أفكارهم كتابياً.	25	30	41	24	120	27.21
3	يوفِّر المحتوى فرصاً للنقاش والاستفهام والإصغاء.	5	3	8	3	19	4.31
4	يُشجع المحتوى على تفسير وتحليل أفكار الآخرين.	7	4	10	4	25	5.67
5	يُقدم المحتوى وصفاً لكيفية حل المسائل الرياضية.	5	4	6	3	18	4.08
مجموع مؤشرات التواصل الرياضي		44	42	66	36	188	42.63
نسبة توافر المجال		9.98	9.52	14.97	8.16	42.63	-

يتضح من الجدول السابق أن مؤشر "يُوفر المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من التعبير عن أفكارهم كتابياً" قد احتل المرتبة الأولى ضمن مؤشرات التواصل الرياضي، ويُظهر هذا اهتمام واضعي المناهج بإتاحة الفرصة للطالب بالكتابة الرياضية مستخدماً لغة الرياضيات الخاصة، وتبدو هذه النتيجة منطقية إذ إن طبيعة الكتاب المدرسي قائمة على إتاحة فرصة الكتابة، وتدوين الملاحظات والاستنتاج، وجاء مؤشر "يتضمن المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من قراءة لغة الرياضيات" في المرتبة الأخيرة، وهذا يعكس ضعف اهتمام واضعي المناهج بالأنشطة التي تشجع الطالب على قراءة لغة الرياضيات سواء بصورة فردية أو جماعية، ويتضح أن ترتيب مؤشرات التواصل الرياضي في محتوى كتاب الصف السادس لم يكن منطقياً، إذ إن مؤشر قراءة لغة الرياضيات أكثر أهمية للطالب من تقديم وصف لكيفية حل المسائل الرياضية، ومع هذا جاء مؤشر القراءة في المرتبة الأخيرة، وجاء مؤشر تقديم وصف لكيفية حل المسائل الرياضية في المرتبة الرابع.

جدول (4): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات الترابط الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يعرض المحتوى أنشطة تربط المعرفة الرياضية بتطبيقات حياتية مفيدة.	0	2	3	1	6	1.36
2	يوظف المحتوى الخبرات السابقة في عرض المعرفة المفاهيمية الجديدة.	2	5	5	0	12	2.72
3	يطرح المحتوى مشكلات في العلوم الأخرى يتطلّب حلها استخدام الرياضيات.	0	0	0	0	0	0.00
4	يُظْهِر المحتوى دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع.	0	0	0	0	0	0.00
5	يعرض المحتوى أنشطة تُظهر العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية.	7	6	8	3	24	5.44
	مجموع مؤشرات الترابط الرياضي	9	13	16	4	42	9.52
	نسبة توافر المجال	2.04	2.95	3.63	0.91	9.52	–

يتضح من الجدول أن مؤشر "يعرض المحتوى أنشطة تُظهر العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية" قد جاء في المرتبة الأولى، وهو اهتمام ضئيل من قِبل واضعي المناهج بالربط بين المفاهيم الرياضية التي يدرسها الطالب والتعميمات الرياضية المتضمنة في المحتوى الرياضي، وهذا لا يتوافق مع مفهوم المعرفة الرياضية التي تُشير إلى إدراك الطالب للعلاقة بين مكونات المعرفة المفاهيمية (مفاهيم، تعميمات، رموز) بعضها البعض، وبين المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات كذلك، وعدم الاكتفاء بمعرفة المفاهيم والتعميمات والإجراءات بصورة منفصلة. وكذلك توافر المؤشرين " يوظف المحتوى الخبرات السابقة في عرض المعرفة المفاهيمية الجديدة" و"يعرض المحتوى أنشطة تربط المعرفة الرياضية بتطبيقات حياتية مفيدة" بدرجة ضعيفة، فيما انعدم المؤشران "يطرح المحتوى مشكلات في العلوم الأخرى يتطلّب حلها استخدام الرياضيات"، "يُظْهِر المحتوى دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع" في محتوى كتاب الصف السادس الأساسي، وهذا يعني أن محتوى كتاب

الرياضيات للصف السادس يخلو من الأنشطة والمواقف الرياضية التي تُظهر دور الرياضيات في تعزيز الثقافة، وكذلك يخلو من الأنشطة المرتبطة بالعلوم الأخرى.

جدول (5): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يحث المحتوى على تقديم تفسيرات وتبرير استنتاجات من الطلبة.	2	2	4	0	8	1.81
2	يدعم المحتوى إيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد.	0	0	0	0	0	0.00
3	يشتمل المحتوى تدريبات تتطلب الوصول إلى نمط أو قاعدة بطريقة منطقية.	2	3	2	0	7	1.59
4	يطرح المحتوى مشكلات رياضية تتطلب استخدام طرق جديدة.	0	1	1	0	2	0.45
5	يطرح المحتوى تساؤلات (ماذا؟ كيف؟ لماذا؟ هل؟ ....).	15	19	28	7	69	15.65
	مجموع مؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي	19	25	35	7	86	19.5
	نسبة توافر المجال	4.31	5.67	7.94	1.59	19.5	–

يتضح من الجدول أن مؤشر "يطرح المحتوى تساؤلات (ماذا؟ كيف؟ لماذا؟ هل؟ ....)" في المرتبة الأولى بوزن نسبي (15.65%)، وهذا يُشير إلى اهتمام منهج الرياضيات الجديد بإثارة تفكير الطلبة من خلال طرح أسئلة متنوعة حول المعرفة الرياضية واستنتاجها، وبناء معارف جديدة حولها، وجاء مؤشر "يطرح المحتوى مشكلات رياضية تتطلب استخدام طرق جديدة" بوزن نسبي يقترب من الصفر، أي أنه لم يتوافر إلا بدرجة ضئيلة جداً، وكذلك لم يتوافر في محتوى كتاب الصف السادس أنشطة لإيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد، مما يعني أن واضعي منهج الصف السادس لم يراعوا في عملية بناء المفاهيم الرياضية إيجاد أمثلة منتمية وغير منتمية لمساعدة الطلبة في استنتاج خواص المفاهيم وتعميمها في الحالات المشابهة وتمييز المختلف.

جدول (6): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات التمثيل الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السادس الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يعرض المحتوى المعرفة المفاهيمية لفظياً.	6	3	9	4	22	4.99
2	يوظف المحتوى تمثيلات مصورة لتوضيح المعرفة المفاهيمية.	12	11	25	13	61	13.83
3	يُترجم المحتوى المعرفة المفاهيمية إلى رموز رياضية.	2	5	3	2	12	2.72
4	ينقل المحتوى المعرفة الرياضية من خلال	5	10	8	7	30	6.80

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
	الجداول والرسوم البيانية.						
5	يشجع المحتوى على إجراء تمثيلات رياضية باستخدام الحاسوب.	0	0	0	0	0	0.00
مجموع مؤشرات التمثيل الرياضي		25	29	45	26	125	28.34
نسبة توافر المجال		5.67	6.58	10.20	5.90	28.34	-

يتضح من الجدول (6) أن مؤشر "يوظف المحتوى تمثيلات مصورة لتوضيح المعرفة المفاهيمية" في المرتبة الأولى، وتبدو هذه النتيجة منطقية، إذ إن طلبة المرحلة الأساسية بحاجة إلى إدراك المعرفة المفاهيمية من خلال الترتيب (محسوس، شبه محسوس، مجرد)، ولهذا تضمن محتوى كتاب الصف السادس لنسبة مقبولة من التمثيلات المعتمدة على الصورة. وفي المرتبة الثانية جاءت التمثيلات المعتمدة على الجداول والرسوم البيانية، ثم التمثيلات المكتوبة، ثم ترجمة المفاهيم إلى رموز رياضية، ويبدو هذا الترتيب صائباً بالنظر إلى طبيعة المحتوى الرياضي للصف السادس، وطبيعة المرحلة العمرية لطلبة الصف السادس الأساسي. وانعدمت التمثيلات المعتمدة على الحاسوب والتي يمكن تنفيذها من خلال برامج الرسوميات المختلفة. وقد يُفسر عدم اهتمام محتوى الكتاب بتوجيه الطلبة نحو استخدام الحاسوب في إجراء التمثيلات الرياضية إلى عدم اتقان طلبة هذه المرحلة استخدام الحاسوب وبرامجه، إلا أن ذلك لا يعني انعدامها من الكتاب.

- **ثانياً: نتائج الإجابة عن السؤال الثاني، والذي نصه:** ما درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات الجديد للصف السابع الأساسي؟

توضح الجداول (7، 8، 9، 10، 11) تكرارات معايير العمليات الرياضية ومؤشراتها في محتوى كتاب الرياضيات الفلسطيني الجديد للصف السابع الأساسي، وذلك حسب التحليل الذي قام به الباحث، كما تتضمن نسبة تكرار كل معيار ومؤشر في كتاب الرياضيات بالنسبة لمجموع تكرار كافة المؤشرات التي تم التوصل لها بعد تحليل كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي، والبالغ عددها (435) تكرار.

جدول (7): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمعايير العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	التواصل الرياضي	38	45	61	34	178	40.92
2	الترابط الرياضي	13	18	17	7	55	12.64
3	الاستدلال والبرهان الرياضي	26	18	25	12	81	18.62
4	التمثيل الرياضي	27	30	42	22	121	27.82
مجموع معايير العمليات الرياضية		104	111	145	75	435	100
نسبة توافر العمليات الرياضية		23.91	25.52	33.33	17.24	100	-
درجة توافر العمليات الرياضية		ضعيفة	ضعيفة	متوسطة	ضعيفة		

يتضح من الجدول (7) أن معايير العمليات الرياضية قد توافرت في محتوى كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي، ولكن لم يتم توزيعها بتناسق في محتوى الكتاب، حيث كانت نسب توافر العمليات الرياضية: التواصل، الترابط،

الاستدلال والبرهان، التمثيل (40.92، 12.64، 18.62، 27.82) على الترتيب، وهذا يُشير إلى أن توزيع العمليات الرياضية هو توزيع غير متوازن.

ويلاحظ أن معايير التواصل الرياضي احتلت المرتبة الأولى في محتوى كتاب الصف السابع الأساسي، وبزيادة طفيفة عن الصف السادس، وبدرجة توافر متوسطة، فيما احتلت معايير التمثيل الرياضي المرتبة الثانية بدرجة توافر ضعيفة، وبنسبة أقل من الصف السادس، وجاء معياري الاستدلال والبرهان الرياضي، والترابط الرياضي في المرتبة الثالثة والرابعة على الترتيب وبدرجة توافر ضعيفة لكلاهما، لكن بزيادة في معيار الترابط الرياضي، وبنقص ضئيل في معيار الاستدلال والبرهان الرياضي. ويتضح من هذه النتائج أن تضمين معايير العمليات الرياضية في محتوى المناهج لا يسير وفق مصفوفة تُراعي التدرج الزمني والعقلي للطالب، وكذلك تُشير النتائج إلى ضعف اهتمام واضعي منهج الرياضيات بتضمين أنشطة تدعم معايير الترابط الرياضي والاستدلال والبرهان الرياضي. وتوافرت معايير العمليات الرياضية بصورة أكبر في محتوى الهندسة أولاً، ثم محتوى الجبر، يليه محتوى الأعداد، وأخيراً محتوى الإحصاء والاحتمال.

جدول (8): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات التواصل الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يتضمن المحتوى أنشطة تُمكّن الطلبة من قراءة لغة الرياضيات.	1	1	1	0	3	0.69
2	يُوفر المحتوى أنشطة تُمكّن الطلبة من التعبير عن أفكارهم كتابياً.	25	32	40	23	120	27.59
3	يوفّر المحتوى فرصاً للنقاش والاستفهام والإصغاء.	9	5	3	7	24	5.52
4	يُشجع المحتوى على تفسير وتحليل أفكار الآخرين.	3	5	12	4	24	5.52
5	يُقدم المحتوى وصفاً لكيفية حل المسائل الرياضية.	0	2	5	0	7	1.61
مجموع مؤشرات التواصل الرياضي		38	45	61	34	178	40.92
نسبة توافر المجال		8.74	10.34	14.02	7.82	40.92	–

يتضح من الجدول (8) أن مؤشر "يُوفر المحتوى أنشطة تُمكّن الطلبة من التعبير عن أفكارهم كتابياً" قد احتل المرتبة الأولى من حيث اهتمام كتاب الصف السابع بمعيار التواصل الرياضي، وهو ترتيب منطقي حيث إن الطالب يحتاج إلى الكتابة والتدوين أكثر من أي مؤشر من مؤشرات التواصل الرياضي، بينما جاء اهتمام كتاب الصف السابع بمؤشر "يتضمن المحتوى أنشطة تُمكّن الطلبة من قراءة لغة الرياضيات" في المرتبة الأخيرة، وهي نسبة متدنية جداً تعكس عدم اهتمام واضعي المنهج بهذا المؤشر، وهو كما في الصف السادس جاء في المرتبة الأخيرة رغم أن له أهمية لطالب الرياضيات أكثر من مؤشر الاستماع والمناقشة ووصف خطوات حل المسائل الرياضية.

جدول (9): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات الترابط الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يعرض المحتوى أنشطة تربط المعرفة الرياضية بتطبيقات حياتية مفيدة.	0	1	1	0	2	0.46
2	يوظف المحتوى الخبرات السابقة في عرض المعرفة المفاهيمية الجديدة.	3	2	4	0	9	2.07
3	يطرح المحتوى مشكلات في العلوم الأخرى يتطلّب حلها استخدام الرياضيات.	0	1	0	0	1	0.23
4	يُظْهِر المحتوى دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع.	0	0	0	0	0	0.00
5	يعرض المحتوى أنشطة تُظهر العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية.	10	14	12	7	43	9.89
مجموع مؤشرات الترابط الرياضي		13	18	17	7	55	12.64
نسبة توافر المجال		2.99	4.14	3.91	1.61	12.64	–

يتضح من الجدول (9) أن مؤشر "يعرض المحتوى أنشطة تُظهر العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية" جاء في المرتبة الأولى من حيث اهتمام كتاب الصف السابع بمعيار الترابط الرياضي، ويعكس ذلك اهتمام واضعي المنهج بضرورة أن يدرك الطالب العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية، فيما انعدم مؤشر "يُظْهِر المحتوى دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع" في محتوى كتاب الصف السابع، وهذا يعكس عدم اهتمام واضعي المنهج بتوضيح دور الرياضيات في تعزيز الثقافة لدى طالب الرياضيات، وجاءت باقي المؤشرات بدرجة متدنية جداً، وبشكل عام تعكس هذه النسب عدم اهتمام محتوى الكتاب بمعيار الترابط.

جدول (10): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يحث المحتوى على تقديم تفسيرات وتبرير استنتاجات من الطلبة.	3	4	5	0	12	2.76
2	يدعم المحتوى إيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد.	0	0	0	0	0	0.00
3	يشتمل المحتوى تدريبات تتطلب الوصول إلى نمط أو قاعدة بطريقة منطقية.	2	1	1	0	4	0.92
4	يطرح المحتوى مشكلات رياضية تتطلب استخدام طرق جديدة.	0	3	2	0	5	1.15
5	يطرح المحتوى تساؤلات (ماذا؟ كيف؟	21	10	17	12	60	13.79

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
	لماذا؟ هل؟ ....).						
	مجموع مؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي	26	18	25	12	81	18.62
	نسبة توافر المجال	5.98	4.14	5.75	2.76	18.62	–

يتضح من الجدول (10) أن مؤشر "يطرح المحتوى تساؤلات (ماذا؟ كيف؟ لماذا؟ هل؟ ....)" قد احتل المرتبة الأولى من حيث اهتمام محتوى كتاب الصف السابع بمعيار الاستدلال والبرهان الرياضي، ويعكس ذلك اهتمام واضعي المنهج بتضمين أنشطة تُثير لدى الطالب التساؤل والاستفهام وإنتاج وتوليد المعرفة، مما يساعدهم على استكشاف المعرفة الرياضية، وانعدم مؤشر "يدعم المحتوى إيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد" في محتوى كتاب الصف السابع، وهذا يعكس عدم اهتمام الكتاب بتوليد الطالب لأمثلة غير منتمية للمعرفة المفاهيمية، مما قد يشكل صعوبة لدى الطالب في فهم المفاهيم الرياضية والتعميمات المرتبطة بها. وجاءت باقي المعايير بنسب متدنية جداً، مما يعكس عدم وجود اهتمام بتضمين مؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي في محتوى كتاب الصف السابع.

جدول (11): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات التمثيل الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف السابع الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يعرض المحتوى المعرفة المفاهيمية لفظياً.	6	8	10	2	26	5.98
2	يوظف المحتوى تمثيلات مصورة لتوضيح المعرفة المفاهيمية.	13	19	25	8	65	14.94
3	يُترجم المحتوى المعرفة المفاهيمية إلى رموز رياضية.	5	3	7	2	17	3.91
4	ينقل المحتوى المعرفة الرياضية من خلال الجداول والرسوم البيانية.	3	0	0	10	13	2.99
5	يشجع المحتوى على إجراء تمثيلات رياضية باستخدام الحاسوب.	0	0	0	0	0	0.00
	مجموع مؤشرات التمثيل الرياضي	27	30	42	22	121	27.82
	نسبة توافر المجال	6.21	6.90	9.66	5.06	27.82	–

يتضح من الجدول (11) أن مؤشر "يوظف المحتوى تمثيلات مصورة لتوضيح المعرفة المفاهيمية" في المرتبة الأولى من حيث اهتمام كتاب الصف السابع بمعيار التمثيل الرياضي، ثم جاء مؤشر التمثيلات المكتوبة، تليها التمثيلات بالرموز، ثم التمثيلات بالجداول والرسوم البيانية، ويبدو هذا الترتيب منطقياً بالنظر إلى طبيعة محتوى كتاب الصف السابع، وطبيعة المرحلة العمرية، كما انعدم مؤشر "يشجع المحتوى على إجراء تمثيلات رياضية باستخدام الحاسوب" مما يعكس عدم اهتمام واضعي المنهج بتوظيف الحاسوب في إجراء تمثيلات للمفاهيم والتعميمات الرياضية لتسهيل اكتشافها وإدراك العلاقة فيما بينها.

- **ثالثاً: نتائج الإجابة عن السؤال الثالث، والذي نصه:** ما درجة توافر العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات الجديد للصف الثامن الأساسي؟

توضح الجداول (12، 13، 14، 15، 16) تكرارات معايير العمليات الرياضية ومؤشراتها في محتوى كتاب الرياضيات الفلسطيني الجديد للصف الثامن الأساسي، وذلك حسب التحليل الذي قام به الباحث، كما تتضمن نسبة تكرار كل معيار ومؤشر في كتاب الرياضيات بالنسبة لمجموع تكرار كافة المؤشرات التي تم التوصل لها بعد تحليل كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي، والبالغ عددها (492) تكرار.

جدول (12): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمعايير العمليات الرياضية في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	التواصل الرياضي	42	78	54	22	196	39.84
2	الترابط الرياضي	12	20	11	7	50	10.16
3	الاستدلال والبرهان الرياضي	33	47	27	10	117	23.78
4	التمثيل الرياضي	23	22	52	32	129	26.22
مجموع معايير العمليات الرياضية		110	167	144	71	492	100
نسبة توافر العمليات الرياضية		22.36	33.94	29.27	14.43	100	-

يتضح من الجدول (12) أن معايير العمليات الرياضية قد توافرت في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي، وبتوزيع غير متناسق في محتوى الكتاب، حيث كانت نسب توافر العمليات الرياضية: التواصل، الترابط، الاستدلال والبرهان، التمثيل (39.84، 10.16، 23.78، 26.22) على الترتيب، ويلاحظ أن معايير التواصل الرياضي احتلت المرتبة الأولى في محتوى كتاب الصف الثامن الأساسي، وبنقص طفيف عن الصف السابع، وبدرجة توافر متوسطة، فيما احتلت معايير التمثيل الرياضي المرتبة الثانية بدرجة توافر ضعيفة، وبنسبة أقل من الصف السابع، وجاء معياري الاستدلال والبرهان الرياضي، والترابط الرياضي في المرتبة الثالثة والرابعة على الترتيب وبدرجة توافر ضعيفة لكلاهما، لكن بزيادة في معيار الترابط الرياضي، وبنقص ضئيل في معيار الاستدلال والبرهان الرياضي. ويتضح من هذه النتائج أن تضمين معايير العمليات الرياضية في محتوى المناهج لا يسير وفق مصفوفة تُراعي التدرجي الزمني والعقلي للطالب، وتوافرت معايير العمليات الرياضية بصورة أكبر في محتوى الهندسة أولاً، ثم محتوى الجبر، يليه محتوى الأعداد، وأخيراً محتوى الإحصاء والاحتمال.

جدول (13): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات التواصل الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يتضمن المحتوى أنشطة تُمكّن الطلبة من قراءة لغة الرياضيات.	1	0	1	0	2	0.41
2	يُوفر المحتوى أنشطة تُمكّن الطلبة من التعبير عن أفكارهم كتابياً.	30	48	28	11	117	23.78
3	يوفّر المحتوى فرصاً للنقاش والاستفهام والإصغاء.	7	11	7	4	29	5.89
4	يُشجع المحتوى على تفسير وتحليل أفكار الآخرين.	2	13	15	7	37	7.52

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
5	يُقدم المحتوى وصفاً لكيفية حل المسائل الرياضية.	2	6	3	0	11	2.24
مجموع مؤشرات التواصل الرياضي		42	78	54	22	196	39.84
نسبة توافر المجال		8.54	15.85	10.98	4.47	39.84	–

يتضح من الجدول (13) أن مؤشر "يُوفر المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من التعبير عن أفكارهم كتابياً" قد احتل المرتبة الأولى من حيث اهتمام محتوى كتاب الصف الثامن الأساسي بمعيار التواصل الرياضي، وفي المرتبة الأخيرة جاء مؤشر "يتضمن المحتوى أنشطة تُمكِّن الطلبة من قراءة لغة الرياضيات" بنسبة ضئيلة جداً تعكس عدم اهتمام واضعي المنهج بتشجيع الطلبة على قراءة لغة الرياضيات، وبينهما جاءت باقي مؤشرات التواصل الرياضي، وتعكس هذه النتائج عدم ترتيب مؤشرات التواصل الرياضي حسب أولوياتها، إذ إن قراءة لغة الرياضيات تُعتبر من أهم مؤشرات التواصل الرياضي إلا أنها جاءت في المرتبة الأخيرة في محتوى كتاب الصف السابع كما جاءت بنفس الترتيب في كتابي الصف السادس والسابع.

جدول (14): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات الترابط الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يعرض المحتوى أنشطة تربط المعرفة الرياضية بتطبيقات حياتية مفيدة.	0	0	0	0	0	0.00
2	يوظف المحتوى الخبرات السابقة في عرض المعرفة المفاهيمية الجديدة.	0	7	0	0	7	1.42
3	يطرح المحتوى مشكلات في العلوم الأخرى يتطلّب حلها استخدام الرياضيات.	0	0	0	0	0	0.00
4	يُظْهِر المحتوى دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع.	0	0	0	0	0	0.00
5	يعرض المحتوى أنشطة تُظهر العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية.	12	13	11	7	43	8.74
مجموع مؤشرات الترابط الرياضي		12	20	11	7	50	10.16
نسبة توافر المجال		2.44	4.07	2.24	1.42	10.16	–

يتضح من الجدول (14) أن مؤشر "يعرض المحتوى أنشطة تُظهر العلاقة بين المفاهيم والتعميمات الرياضية" قد احتل المرتبة الأولى من حيث اهتمام كتاب الصف الثامن بمعيار الترابط الرياضي، وجاء في المرتبة الثانية مؤشر "يوظف المحتوى الخبرات السابقة في عرض المعرفة المفاهيمية الجديدة" وهذا يعكس الاهتمام بتحقيق الترابط الداخلي بين مكونات المعرفة الرياضية، بينما انعدمت المؤشرات الثلاثة الأخرى، وهذا يُشير إلى عدم تضمين كتاب الصف الثامن أنشطة تتناول تطبيقات حياتية، تعكس دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع، ودورها في العلوم الأخرى. وهذا يُشير إلى ضعف في تناول الكتاب

لمعيار الترابط، وخاصة أن طبيعة محتوى الصف الثامن تسمح بإيجاد روابط رياضية بصورة جيدة، وكذلك فإن طلبة الصف الثامن لديهم القابلية العلمية للتعامل مع الرياضيات المرتبطة بالحياة بشكل أكبر من ذي قبل.

جدول (15): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يحث المحتوى على تقديم تفسيرات وتبرير استنتاجات من الطلبة.	4	3	2	0	9	1.83
2	يدعم المحتوى إيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد.	0	0	0	0	0	0.00
3	يشتمل المحتوى تدريبات تتطلب الوصول إلى نمط أو قاعدة بطريقة منطقية.	2	0	0	0	2	0.41
4	يطرح المحتوى مشكلات رياضية تتطلب استخدام طرق جديدة.	6	3	0	0	9	1.83
5	يطرح المحتوى تساؤلات (ماذا؟ كيف؟ لماذا؟ هل؟ ....).	21	41	25	10	97	19.72
مجموع مؤشرات الاستدلال والبرهان الرياضي		33	47	27	10	117	23.78
نسبة توافر المجال		6.71	9.55	5.49	2.03	23.78	–

يتضح من الجدول (15) أن مؤشر "يطرح المحتوى تساؤلات (ماذا؟ كيف؟ لماذا؟ هل؟ ....)" جاء في المرتبة الأولى من حيث اهتمام كتاب الصف الثامن بمعيار الاستدلال والبرهان الرياضي، وهذا يُشير إلى وجود اهتمام متواصل من واضعي المنهج بتشجيع الطلبة على استكشاف المعرفة الرياضية، وعدم الاعتماد على تلقي المعرفة بصورة جاهزة، وجاء مؤشر "يدعم المحتوى إيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد" في المرتبة الأخيرة دون أن يتوافر نهائياً، ويشير ذلك إلى عدم اهتمام الكتاب بتمييز الطالب للمفاهيم المنتمية وغير المنتمية، مما يضعف لدى الطالب القدرة على اكتساب المفاهيم بصورة صحيحة.

جدول (16): التكرارات والنسب المئوية ودرجة التوافر لمؤشرات التمثيل الرياضي في محتوى كتاب الرياضيات للصف الثامن الأساسي

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
1	يعرض المحتوى المعرفة المفاهيمية لفظياً.	6	9	8	2	25	5.08
2	يوظف المحتوى تمثيلات مصورة لتوضيح المعرفة المفاهيمية.	4	10	40	0	54	10.98
3	يُترجم المحتوى المعرفة المفاهيمية إلى رموز رياضية.	11	3	0	0	14	2.85
4	ينقل المحتوى المعرفة الرياضية من خلال الجداول والرسوم البيانية.	2	0	4	30	36	7.32
5	يشجع المحتوى على إجراء تمثيلات	0	0	0	0	0	0.00

#	المؤشر	الأعداد	الجبر	الهندسة	الاحصاء	المجموع	النسبة
	رياضية باستخدام الحاسوب.						
مجموع مؤشرات التمثيل الرياضي		23	22	52	32	129	26.22
نسبة توافر المجال		4.67	4.47	10.57	6.50	26.22	–

يتضح من الجدول (16) أن مؤشر "يوظف المحتوى تمثيلات مصورة لتوضيح المعرفة المفاهيمية" في المرتبة الأولى من حيث اهتمام كتاب الصف الثامن بمعيار التمثيل الرياضي، ثم جاءت مؤشرات (التمثيلات بالجداول والرسوم البيانية، التمثيلات المكتوبة، التمثيلات بالرموز)، ويبدو هذا الترتيب منطقياً، حيث ارتفعت نسبة التمثيلات المقدمة من خلال الجداول والرسوم البانية، وهذا يُشير إلى أن محتوى الكتاب يُقدم معلومات ومعطيات رياضية من خلال الجداول والرسوم البيانية، كما انعدم مؤشر "يشجع المحتوى على إجراء تمثيلات رياضية باستخدام الحاسوب" مما يعكس عدم اهتمام واضعي المنهج بتوظيف الحاسوب في إجراء تمثيلات للمعرفة الرياضية.

جدول (17): مجموع التكرارات والأوزان النسبية للعمليات الرياضية للصفوف (6 – 8) ككل

العملية الرياضية	الصف السادس		الصف السابع		الصف الثامن		المجموع	
	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	التكرار	النسبة	المتوسط	النسبة
التواصل الرياضي	188	42.63	178	40.92	196	39.84	**562**	**41**
الترابط الرياضي	42	9.52	55	12.64	50	10.16	**147**	**11**
الاستدلال والبرهان الرياضي	86	19.51	81	18.62	117	23.78	**284**	**21**
التمثيل الرياضي	125	28.34	121	27.82	129	26.22	**375**	**27**
مجموع العمليات الرياضية	**441**	**31**	435	**32**	492	**36**	**1368**	**100**

يتضح من الجدول (17) أن مجموع معايير العمليات الرياضية للصفوف الثلاثة جاء متناسقاً، وبنسب مئوية متقاربة من بعضها البعض، وهذا يُشير إلى أن توزيع العمليات الرياضية على الصفوف الثلاثة جاء متناسقاً بصورة جيدة. ويُشير ذلك إلى اهتمام واضعي مناهج الرياضيات بالعمليات الرياضية وتضمين مؤشراتها في كتب الرياضيات للصفوف الثلاثة، إلا أنه لم يتم مراعاة توزيع هذه المعايير في كل صف بنسب متقاربة.

ويتضح كذلك أن توزيع معايير العمليات الرياضية منفصلة في الصفوف الثلاثة لم يُوزع بصورة متناسقة، فجاء ترتيبها على النحو الآتي: (التواصل الرياضي، التمثيل الرياضي، الاستدلال والبرهان الرياضي، الترابط الرياضي)، وهذا يُشير إلى أن توزيع المعايير على الصفوف الثلاثة لم يخضع لدراسة مسبقة قبل تأليف كتب الرياضيات.

وتتفق هذه النتيجة مع دراسة العاصي (20181) التي كشفت عن تفاوت نسب العمليات الرياضية (التواصل، الترابط، التمثيل) في محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (1 – 4)، وتختلف معها في نسبة معيار الاستدلال والبرهان الرياضي، إذ جاءت منعدمة فيها، بينما جاءت منخفضة في الدراسة الحالية. وتتفق كذلك مع دراسة المغربي (2018) والتي كشفت عن تفاوت نسب التمثيلات الرياضية. وتتفق مع دراسة مقاط (2016)، التي كشفت عن تفاوت العمليات الرياضية في

كتب الرياضيات للصف السابع الأساسي، ودراسة أبو العجين (2011) التي كشفت عن تدني نسب الترابط والتمثيل الرياضي في الصفوف (6 – 8).

الخُلاصة:

جاءت الدراسة الحالية بهدف الكشف عن درجة توافر معايير العمليات الرياضية في مناهج الرياضيات الفلسطينية الجديدة للصفوف (6 – 8) من مرحلة التعليم الأساسي، وقد اهتمت الدراسة بتحديد نسب توافر هذه العمليات في محتوى كتب الرياضيات، وما تتضمنه من مؤشرات. وكشفت نتائج تحليل محتوى كتب الرياضيات الثلاثة عن عدم توازن توزيع العمليات الرياضية الأربع في كل صف من الصفوف (6 – 8)، وجاء ترتيب العمليات الرياضية في الصفوف الثلاثة على النحو الآتي: التواصل الرياضي، التمثيل الرياضي، الاستدلال والبرهان الرياضي، الترابط الرياضي. وكشفت النتائج عن انعدام وضعف بعض مؤشرات العمليات الرياضية، وخاصة في معياري الترابط الرياضي والاستدلال والبرهان الرياضي.

توصيات الدراسة:

كشفت النتائج وجود ضعف في الكثير من مؤشرات العمليات الرياضية، ولهذا يوصي الباحث بما يأتي:

1. ضرورة مراعاة التوازن في توزيع العمليات الرياضية في محتوى كتب الرياضيات، بما يتلاءم مع طبيعة المحتوى الرياضي وطبيعة المرحلة العمرية.
2. تضمين محتوى كتب الرياضيات بأنشطة تشجع الطالب على قراءة لغة الرياضيات، وإجراء النقاشات حول الرياضيات بصورة كافية، وبما يتناسب مع سن الطالب.
3. التوسع في عدد الأنشطة التي تتناول مؤشرات الترابط الرياضي.
4. تضمين محتوى كتب الرياضيات بأنشطة يتطلب حلها استخدام الرياضيات، وأنشطة تُظهر دور الرياضيات في الثقافة والمجتمع، وأخرى تربط المعرفة الرياضية بتطبيقات حياتية مفيدة، وعدم الاقتصار على الجوانب المعرفية فقط.
5. تضمين محتوى كتب الرياضيات أنشطة تشجع الطالب على إيجاد مبرر للتخمين أو مثال مضاد، وأنشطة تطرح مشكلات يتطلب حلها طرق جديدة.
6. تضمين محتوى كتب الرياضيات بأنشطة تشجع الطالب على توظيف البرمجيات الرسومية في إعادة تمثيل المعرفة المفاهيمية لتحقيق فهم أعمق وأشمل لها.

مقترحات الدراسة:

استكمالاً لموضوع الدراسة الحالية، فإن الباحث يقترح تناول المشكلات البحثية الآتية:

1. تقويم محتوى كتب الرياضيات الجديدة في صفوف التاسع والعاشر والمرحلة الثانوية في ضوء معايير العمليات الرياضية.
2. مستوى امتلاك الطلبة في مراحل التعليم العام لمعايير العمليات الرياضية.
3. تطوير منهج الرياضيات في ضوء معايير العمليات الرياضية، وأثره في تنمية المهارات الرياضية.
4. مدى اتساق مناهج الرياضيات الفلسطينية مع وثيقة مناهج الرياضيات الجديدة.

قائمة المراجع:

أولاً: المراجع العربية

أبو العجين، أشرف (2011). *تقويم محتوى مناهج الرياضيات الفلسطينية في ضوء بعض معايير عمليات المجلس القومي لمعلمي الرياضيات*. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة الأزهر، فلسطين.

أيوب، حنان (2001). تقويم تدريس الرياضيات كأداة للتفكير والاتصال. *المؤتمر الأول للقياس والتقويم التربوي: التوجهات المستقبلية لتقويم التحصيل الدراسي للطلبة*، أبو ظبي 11 – 12 نوفمبر 2001.

البعجاوي، أمل كمال (2006). *أثر استراتيجيتي الاستقصاء الفردي والاستقصاء التعاوني في اكتساب مهارات الاتصال والتحصيل في الرياضيات لدى طالبات المرحلة الأساسية المتوسطة في الأردن*. (رسالة دكتوراه غير منشورة)، الأردن: كلية الدراسات العليا، جامعة عمان العربية.

التميمي، عبد الرحمن (2017). مدى اتساق كتاب الرياضيات للصف الثالث المتوسط في المملكة العربية السعودية مع المعايير العالمية للعمليات والمحتوى NCTM، 2000. *المجلة الدولية التربوية المتخصصة، 6* (3)، 160 – 170.

الرمامنة، عصام؛ أبو لوم، خالد؛ الحياصات، محمد؛ والكمريمين، رائد (2015). تحليل محتوى القياس وفق معايير (NCTM) الخاصة بالعمليات الرياضية في كتب رياضيات المرحلة الأساسية من الصف الأول إلى الصف الرابع في الأردن. *مجلة جامعة فلسطين للأبحاث والدراسات، 5*(2)، 2 – 32.

الرويس، عبد العزيز (2011). دراسة تحليلية لمعياري الترابط والتواصل الرياضي في مصفوفة المدى والتتابع للرياضيات خلال الصفوف 1 – 8 في المملكة العربية السعودية. *مجلة التربية (جامعة الأزهر) – مصر، 145* (2)، 377 – 409.

الزعبي، علي؛ والعبيدان، عبد الله (2014). تحليل كتاب الرياضيات للصف الرابع في المملكة العربية السعودية في ضوء معايير NCTM. *دراسات العلوم التربوية، 41* (1)، 317 – 332.

زنقور، ماهر محمد (2008). أثر وحدة تدريسية مقترحة قائمة على معايير مشتقة من معايير الرياضيات المدرسية العالمية التابعة لـــ (NCTM) على تنمية القوة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي. *مجلة كلية التربية بأسيوط–مصر، 24* (4)، العدد الأول، ص 188 – 228.

الزهراني، محمد مفرح (2014). ممارسات التدريس الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين ومدى توفرها في تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية، *مجلة تربويات الرياضيات–مصر، 17* (5)، 131 – 166.

سرور، علي إسماعيل (2010). *فاعلية استخدام البرمجيات الحرة مفتوحة المصدر في تنمية القوة الرياضية لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية*. المؤتمر الدولي الخامس: مستقبل إصلاح التعليم العربي لمجتمع المعرفة تجارب ومعايير ورؤى، مصر، القاهرة: المركز العربي للتعليم والتنمية (أسد) والجامعة العربية المفتوحة بالقاهرة، ج 1، 697 – 724.

السعيد، رضا مسعد؛ وعبد الحميد، ناصر السيد (2010). *توكيد الجودة في مناهج التعليم – المعايير والعمليات والمخرجات المتوقعة*. الإسكندرية: دار التعليم الجامعي.

السعيد، رضا مسعد؛ والباز، أحمد ماهر (2010). *معايير الجودة الشاملة في رياض الأطفال*. الإسكندرية: دار التعليم الجامعي.

سهيل، إيناس (2011). *درجة توافر معايير الربط والتمثيل والاتصال في كتب الرياضيات المستحدثة للمرحلة المتوسطة*. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة عمان العربية، الأردن.

السواعي، عثمان نايف (2010). مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابية لدى طلاب الصف السادس الأساسي. *مجلة العلوم التربوية والنفسية – البحرين، 11*(3)، 140 – 163.

شحاته، حسن سيد؛ والنجار، زينب علي (2003). *معجم المصطلحات التربوية والنفسية*. القاهرة: الدار المصرية اللبنانية.

الشريف، هاشم (2013). *مقارنة بين محتوى كتب الرياضيات الفلسطينية والإسرائيلية للصفوف (7 – 9) في ضوء معايير عمليات المجلس القومي لمعلمي الرياضيات*. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة الأزهر، فلسطين.

شومان، غادة شومان (2016). *برنامج مقترح في ضوء الاتجاهات الحديثة لتنمية التواصل والإبداع الرياضي للطلاب المتفوقين بالمرحلة الثانوية*. (رسالة دكتوراه غير منشورة)، مصر: كلية البنات، جامعة عين شمس.

صميدة، حكمة، غريس، نجوى (2014). *تحليل نتائج التقييمات الدولية (TIMSS) لسنة 2011 في الدول العربية*. المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم.

العاصي، اسلام (2018). *مدى تضمن كتب الرياضيات المطورة للصفين الثالث والرابع الأساسي لمعايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات NCTM*. رسالة ماجستير غير منشورة، الجامعة الإسلامية، فلسطين.

عبد الحميد، رشا هاشم (2011). *فعالية المدخل الإنساني في تدريس الرياضيات على تنمية القوة الرياضية والدافعية للإنجاز لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية*. (رسالة دكتوراه غير منشورة). مصر: كلية البنات، جامعة عين شمس.

عبد الفتاح، ابتسام عز الدين (2008). *أثر استخدام استراتيجية (فكر- زاوج- شارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية*. (رسالة ماجستير غير منشورة)، مصر: كلية التربية، جامعة الزقازيق.

عبيد، وليم (2004). *تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير*. دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمان.

عبيدة، ناصر السيد (2006). *تطوير منهج الرياضيات في ضوء المعايير المعاصرة وأثر ذلك على تنمية القوة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية*. المؤتمر العلمي السادس: مداخل معاصرة لتطوير تعليم وتعلم الرياضيات، القاهرة: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، 50 – 101.

عوض الله، محمد (2003). التمثيلات الرياضية من خلال بعض طرق التدريس المتكاملة مدخل لتدريس أساسيات الجبر لتلاميذ المرحلة الابتدائية وعلاقة ذلك بتفكيرهم الاستدلالي وتحصيلهم الفوري والمؤجل. *مجلة تربويات الرياضيات-مصر*، *6* (1)، 100 – 143.

مراد، محمود عبد اللطيف ؛ والوكيل، السيد أحمد (2006). فعالية برنامج مقترح في الرياضيات قائم على الأنشطة التعليمية في تنمية مهارات التواصل والتفكير الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات*، *9*، 130 – 160.

مركز المناهج الفلسطيني (2016). *وثيقة الرياضيات*. وزارة التربية والتعليم العالي، فلسطين.

المغربي، نبيل (2018). التمثيلات الرياضية للمفاهيم الجبرية لصفوف المرحلة الأساسية العليا في مناهج الرياضيات الفلسطينية الجديدة. *مؤتمر: المناهج المدرسية الفلسطينية: رؤية تربوية*، جامعة القدس، فلسطين.

مقاط، محمد سليم (2016). الرياضيات الفلسطينية والإسرائيلية للصف السابع الأساسي في ضوء معايير عمليات (2000 ،NCTM): دراسة مقارنة. *مجلة تربويات الرياضيات – مصر*، *19* (3)، 253 – 286.

المنصوري، مشعل؛ والدويلة، عبد الرحمن (2014). تقويم كتاب الرياضيات للصف السادس بدولة الكويت في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM من وجهة نظر المعلمين. *مجلة التربية (جامعة الأزهر)*، *157* (1)، 835 – 867.

المومني، تغريد موسى (2008). *درجة توافر معياري الربط والتمثيل في كتب الرياضيات المدرسية في الأردن في ضوء المعايير العالمية لمناهج الرياضيات للمرحلة الأساسية*. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة عمان العربية، الأردن.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

Aufa, M., Saragih, S. & Minarni, A. (2016). Development of Learning Devices through Problem Based Learning Model Based on the Context of Aceh Cultural to Improve Mathematical Communication Skills and Social Skills of SMPN 1 Muara Batu Students. *Journal of Education and Practice*. *7* (24), 232 – 248.

Ayal, C., Kusuma, Y., Sabandar, J. & Afgan, J. (2016). The Enhancement of Mathematical Reasoning Ability of Junior High School Students by Applying Mind Mapping Strategy. *Journal of Education and Practice*. *7* (25), 50 – 58.

Braswell, J., Dion, G., Daane, M., & Jin, Y. (2005). *The Nation's Report Card: Mathematics 2003*. U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics. Washington, DC.

Brodie, K. (Ed.). (2010). *Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms*. Springer.

Debrenti, E. (2015). Visual representations in mathematics teaching: an experiment with students. *Acta Didactica Napocensia*. *8*(1), 21 – 26.

Grossman, C. (2010). *Using Multiple Representations to Build Stronger Student Collaboration and Understanding in Mathematics*. Unpublished Master Thesis. The University of Arizona.

Higgins, K., Crawford, L. D'Angelo, J. & Horney, M. (2016). Investigating Student Use of Electronic Support Tools and Mathematical Reasoning. *Contemporary Educational Technology. 1* (7), 1 – 24.

Lim, C. & Chew, C. (2007). *Mathematical Communication in Malaysian Bilingual Classroom.* The third APEC – Tsukuba International Conference- December (9 - 14), Tokyo and Kanazawa.

Mullis, I, Martin, M., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics. International Study Center*, Chestnut Hill, MA. Boston College (IEA).

National Council of teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of teachers of Mathematics (NCTM). (2000*) Principles and Standards for School mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Neidorf, T., Binkley, M., Gattis, K., & Nohara, D. (2006). *Comparing Mathematics Content in the National Assessment of Educational Progress (NAEP), Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), and Program for International Student Assessment (PISA) 2003 Assessments*. DC: National Center for Education Statistics.

Neria, D. & Amit, M. (2004). *Student's preference of non-algebraic representations in mathematical communication*. 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 409 – 416.

Qohar, A. & Sumarmo, U. (2013). Improving Mathematical Communication Ability and Self-Regulation Learning of Yunior High Students by Using Reciprocal Teaching. *Journal on Mathematics Education. 4* (1), 59 - 74.

Rajagukguk, W. (2016). Incorporating Learning Motivation and Self-Concept in Mathematical Communicative Ability. International Education Studies, *Canadian Center of Science and Education. 9* (4), 155 – 146.

Reeder, S. (2002). *Emergent mathematics curriculum: a case study of two teachers*. Unpublished Doctorate Thesis, university of Oklahoma.

Salkind, G. (2007). *Mathematical Representations*. *George* Mason University. Preparation and Professional Development of Mathematics Teachers.

Saragih, S. & Napitupulu, E. (2015). Developing Student-Centered Learning Model to Improve High Order Mathematical Thinking Ability. International Education Studies, *Canadian Center of Science and Education. 8* (6), 104 – 112.

Suh, J., Moyer, P., & Heo, H. (2005). Examining Technology Uses in the Classroom: Developing Fraction Sense Using Virtual Manipulative Concept Tutorials. *Journal of Interactive Online learning*. *3* (4), 1 – 22.