

تاريخ الإرسال (2017-05-05)، تاريخ قبول النشر (2017-06-06)

أ. عبد الفتاح نشأت شموط^{*1}
أ. د. علي محمد الزعبي¹
أ. د. غازي ضيف الله رواقه¹

¹ قسم المناهج - كلية التربية - جامعة اليرموك - إربد - الأردن
* البريد الإلكتروني للباحث المرسل:

E-mail address: anshammout75@hotmail.com

أثر استراتيجيات تدريسية مبنية على نظرية دوبنسكي (APOS) على تنمية التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات

الملخص:

هدفت الدراسة الى تقصي أثر استراتيجيات تدريسية مبنية على نظرية دوبنسكي (APOS) لتنمية التفكير الجبري المتعلق بالاقترانات لدى طلاب الصف العاشر، طبقت الدراسة على 122 طالبا (61 في المجموعة التجريبية، 61 في الضابطة)، تكونت أدوات الدراسة من اختبار تفكير رياضي جبري طبق على المجموعتين قبل التجربة وبعدها، والاختبار التحصيلي المتعلق بالاقترانات والذي طبق على المجموعتين قبل التجربة لغايات تصنيف الطلاب حيث تم تصنيفهم إلى ثلاثة مجموعات (مرتفعي التحصيل، متوسطي التحصيل، منخفضي التحصيل)، وقد أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة احصائية بين المجموعتين عند مستوى $\alpha = 0.05$ في اختبار التفكير الجبري وفي مجموعات البحث وذلك لصالح المجموعة التجريبية، وقد أوصت الدراسة بتعريف معلمي الرياضيات بنظرية دوبنسكي (APOS) ومراحلها وتطبيقاتها في الغرفة الصفية ودورها في بناء بنى عقلية ذات معنى عند الطلبة، وحث معلمي الرياضيات على تنمية التفكير الرياضي الجبري لدى الطلبة خلال تعليم وتعلم الرياضيات.

كلمات مفتاحية: نظرية دوبنسكي (APOS)، التفكير الجبري، مستوى التحصيل.

The Effectiveness of Strategic Teaching Based on Dubinsky Theory (Apos) on Improving Mathematical Algebraic Thinking of Functions

Abstract:

The study aimed at measuring the effectiveness of strategic teaching based on Dubinsky theory (Apos) to improve mathematical algebraic thinking of functions for 10th graders. The sample of the study was applied on (122) students (61 in experimental group, and 61 in controlling group). The study tools consisted of two types of tests; Mathematical algebraic-thinking test and summative test. The mathematical algebraic-thinking test was applied on both of the groups before and after the experiment. The summative test, which was concerned with the functions, that was also taken by both groups before the experiment for the purpose of classifying the students into three groups according their achievement (high, medium, low). The result showed a statistically significant difference between the experimental and the controlling groups at the scale $\alpha = 0.05$ in the mathematical algebraic-thinking test and in research groups (high, medium, low) achievement in favor of the experimental group. The study recommended that Dubinsky theory (Apos) alongside with its stages and applications must be recognized by math teachers. This is due to the vital role of the theory in setting up meaningful mental structures for the students. In addition, the study recommended teachers should also be urged to develop mathematical algebraic thinking for students during teaching and learning math.

Keywords: Dubinsky theory (Apos), Mathematical algebraic thinking, achievement level.

مقدمة:

تعد الرياضيات من العلوم المهمة التي ساعدت على التطور، فتطبيقاتها أصبحت سبل تطور وإبداع للعلوم الأخرى، مما يجعلها بيئة مناسبة لتدريب الطلبة على التفكير (البحيري، 2006م)، ويعد التفكير الرياضي من أنواع التفكير المهمة في العملية التعليمية التعلمية، حيث أنه عنصر أساسي وحيوي في تنمية قدرة الطلبة على فهم الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى، كما يساعد على اكتساب المعرفة الرياضية التي تدوم مع الطلبة (إبراهيم، 2005م). ويعد التفكير الرياضي محوراً مهماً في مناهج الرياضيات، وهذا ما نجده واضحاً في وثيقة المعايير العالمية لتدريس الرياضيات المدرسية والتي تم نشرها من قبل المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989)، كما يعد التفكير الرياضي أحد الأهداف الرئيسية لتعليم وتعلم الرياضيات في القرن الحادي والعشرين لجميع الطلبة في كافة مستويات التعليم وفي كافة المراحل العمرية (المفتي، 2001).

ومن أنواع التفكير الرياضي التفكير الرياضي الجبري، الذي يدخل في أكثر مجالات الحياة (Schielack, Chancellor & Childs, 2000). ولقد تعددت التعريفات للتفكير الرياضي الجبري فقد أشار المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات إلى أن التفكير الرياضي الجبري هو القدرة على فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحليل المواقف الرياضية باستخدام الرموز الرياضية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وتحليل التغير في الصيغ المختلفة (NCTM, 2000)؛ كما عرّف دريسول وزوجسكي وهيومز ونيكولا وجولدزسمث وهاميرمان (Driscoll, Zawojeki, & Humez, Nikula, Goldsmith, Hammerman, 2003) التفكير الرياضي الجبري على أنه التفكير الذي يصل بالطالب إلى تمثيل أنماط مختلفة باستخدام الجداول والرسومات والكلمات وتحليلها وتعميمها، والمقارنة والمزاوجة بين أشكال مختلفة من التمثيلات لعلاقة ما، والتمييز بين الاقترانات الخطية وغير الخطية، والمقارنة بين خصائصها من خلال جدول أو رسم أو معادلة، وتطوير التصور الأولي لفهم الاستخدامات المختلفة للمتغير، واستخدام الرموز الجبرية لتمثيل المواقف المختلفة، وحل المشكلات، والتعرف على الصيغ المتكافئة للصيغ الجبرية، وحل المسائل الحياتية باستخدام تمثيلات مختلفة، واستخدام الرسومات لتحليل الاختلافات في كميات مرتبطة بعلاقات خطية، ثم بعد ذلك الاحتفاظ بها للتعلم البعدي.

والتعريفات المختلفة للتفكير الرياضي الجبري تدور حول ثلاث مهارات رئيسية هي استخدام العلاقات والرموز الجبرية، واستخدام التمثيلات المتعددة، واستخدام الأنماط والتعميمات، وتحت كل واحدة من هذه المهارات تندرج عدة مهارات فرعية؛ فضمن مهارة استخدام العلاقات والرموز الجبرية نجد فهم المفاهيم الخاصة بالمتغيرات والصيغ الجبرية والمعادلات، واستخدام الرموز الجبرية للتعبير عن المسائل الرياضية، والتمييز بين الاقتران الخطي والاقتران غير الخطي وحل المعادلات الخطية، وتطبيق الطرق الجبرية لحل المسائل الرياضية، وأما ما يندرج تحت مهارة استخدام التمثيلات المتعددة فنجد المقارنة والمزاوجة بين أشكال مختلفة من التمثيلات لعلاقة ما، وتصميم وحل مسائل رياضية باستخدام تمثيلات متنوعة مثل الرسوم والجداول والمعادلات،

واستخدام الرسومات لتحليل الاختلافات في كميات مرتبطة بعلاقات خطية، وتحت مهارة استخدام الأنماط والتعميمات يندرج إكمال نمط رياضي معطى، والوصول إلى تعميمات من خلال الأنماط، واستخدام الأنماط لحل مسائل رياضية (الحيني، 2009).

والتفكير الرياضي الجبري ليس مجرد معالجة الرموز بل يركز على إعطاء أهمية لما يدرس، وفي كل المراحل الدراسية للطالب، فهو يبتدئ بأشياء بسيطة في الصفوف المبكرة ويتدرج إلى أن يصبح الطلبة قادرين على التعبير عن العمليات الحسابية والتفكير فيها باستخدام الرموز الجبرية ومعالجتها (Battista & Van، 1998). ويتكون التفكير الرياضي الجبري من مكونين هما: أدوات التفكير الرياضي والأفكار الجبرية الأساسية؛ فأدوات التفكير الرياضي تشمل مهارات حل المسألة الرياضية، ومهارات التمثيل الرياضي، ومهارات التفكير الرياضي، وتتضمن مهارات حل المسألة الرياضية استخدام استراتيجيات حل المسألة الرياضية، واستخدام حلول متعددة (Kriegler، 2009). كما أن مهارات حل المسألة الرياضية الجبرية تتطلب بناء فهم المعرفة الجبرية من خلال حل المسألة الرياضية في مجال الجبر وغيره، وتطبيق استراتيجيات متنوعة ومناسبة لحل المسألة الرياضية خاصة المسائل الرياضية غير الروتينية والتحقق من النتائج وتفسيرها (NCTM، 2000)، وفي مهارات التمثيل الرياضي نجد أن التمثيل الجبري للمسائل الرياضية يساعد على تعميم الفهم والاستيعاب في عملية حل المسائل الرياضية الجبرية وذلك عن طريق ترجمة وتحويل الألفاظ والعلاقات الكمية إلى معادلات يسهل حلها، وتتضمن هذه المهارات عرض العلاقات بصريا ورمزيا وعدديا ولفظيا، والانتقال بين التمثيلات المختلفة، وتفسير المعلومات داخل التمثيلات (أمين، 2012).

وتعتبر أدوات التمثيل الرياضي كالرسوم والصور والجدول والقوائم والرموز والألفاظ ذات فاعلية في مساعدة الطلبة على إيصال وتوضيح أفكارهم للآخرين حيث تمكنهم من حل الكثير من المسائل الرياضية الجبرية، فالقدرة على الإبتكار والتفسير والتحويل من صورة إلى أخرى تعطي الطلبة أدوات قوية للتفكير الرياضي (بدوي، 2007).

وفي مهارات التفكير الرياضي تعد القدرة على التفكير والاستدلال في الكميات المجهولة والعلاقات بينها مكونات أساسية للنجاح في الرياضيات، وتتضمن هذه المهارات التفكير الاستنتاجي الذي يشمل على استخلاص النتائج من خلال دراسة بنية المسألة الرياضية والتي تحتوي على الحقائق المقدمة سواء كانت رسوم بيانية أو تخطيطية أو جداول أو معادلات، ويهدف الاستدلال الاستنتاجي إلى التوصل إلى معلومة جديدة بالاعتماد على مقدمات موضوعية ومتوافرة، كما يشمل التفكير الاستقرائي والذي يعني دراسة حالات خاصة وتحديد العلاقات والأنماط للوصول إلى الحالة العامة، بعكس الاستدلال الاستنتاجي الذي يصل إلى الحالة الخاصة من القاعدة العامة (بدوي، 2007)، (NCTM، 2000).

أما المكون الثاني من مكونات التفكير الرياضي الجبري فهو الأفكار الجبرية الأساسية ويعبر عن المحتوى والمادة الدراسية والتي تعد المجال الرياضي الذي تنمو وتعمل فيه أدوات التفكير الرياضي، ويتم اكتشاف الأفكار الجبرية من خلال ثلاث رؤى مختلفة، الأولى الجبر كحساب معمم، وتتضمن الاستراتيجيات الحسابية القائمة على المفاهيم، والنسبة والتناسب، وأما الرؤية الثانية فهي الجبر كلغة الرياضيات، وتتضمن معنى المتغيرات وعبارات المتغير، ومعنى الحلول، وفهم واستخدام خصائص نظام الأعداد، وقراءة وكتابة وتناول الأعداد والرموز باستخدام القواعد الجبرية، واستخدام التمثيلات الرمزية المتكافئة لتناول الصيغ والعبارات

الجبرية والمعادلات والمتباينات، وأما الرؤية الثالثة فهي الجبر كأداة لدراسة الاقترانات والنمذجة الرياضية، فغالبا ما ينظر إلى الجبر كأداة لدراسة الاقترانات والنمذجة الرياضية، فالبحث والتعبير عن الأنماط والقواعد الرياضية وتعميمهما في سياقات واقعية، وتمثيل الأفكار الرياضية باستخدام المعادلات والجداول والرسوم، والعمل مع أنماط المدخلات والمخرجات، وتنمية مهارات الرسم المتناسقة هي عمليات وإجراءات رياضية تبني المهارات الجبرية، كما وتمثل الاقترانات والنمذجة الرياضية سياقات لتطبيق الأفكار الجبرية، إذ يتطلب ذلك البحث والتعبير عن الأنماط والقواعد الرياضية وتعميمهما في سياقات واقعية، وتمثيل الأفكار الرياضية باستخدام المعادلات والجداول والرسوم والكلمات، والعمل مع أنماط المدخلات والمخرجات، وتنمية مهارات الرسم المتناسقة (بدوي، 2007).

هناك العديد من المداخل يمكن من خلالها تنمية التفكير الرياضي الجبري منها مداخل حل المسألة، وذلك من خلال تحليل المسائل الجبرية باستخدام المتغيرات والمعادلات؛ ومنها مداخل الاقترانات، وذلك من خلال رؤية الرموز الجبرية كمعاني لوصف الاقترانات بواسطة الرسوم البيانية، واستخدام المتغيرات والاقترانات لمعالجة المواقف التي يواجهها الطلبة، وتقديم التفسيرات المتعددة لها واكتشاف القاعدة الجبرية، ومن المداخل أيضا التعميمات، وذلك من خلال تقديم مسائل للطلبة تتطلب منهم وصف وتحليل وابتكار أنماط وعلاقات متنوعة تزيد من قدرتهم على استخدام الرسوم البيانية والجداول والرموز والمعادلات؛ ومنها مداخل اللغة، وذلك من خلال توظيف مهارات اللغة في مواقف وأنشطة ذات معنى تمثل فيها الأفكار والمفاهيم والعلاقات الجبرية، مما يساعد هذا التفاعل في نمو التفكير الرياضي الجبري لدى الطلبة (رجائي، 2009).

ومن المفاهيم الجبرية التي تعد من أكثر المفاهيم الأساسية في الرياضيات الاقترانات، وبسبب أهميتها للعديد من المواضيع الرياضية فإن الاقترانات تشكل واحدة من أهم المواضيع في المرحلة الثانوية في مادة الرياضيات (Cooney, Beckman, & Lloyd, 2010) ولأهميتها فقد تناولها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في معاييره: "أن يصف الطالب ويمثل العلاقات باستخدام الجداول والرسوم البيانية والقواعد والقوانين، ويحلل العلاقات الاقترانية لتفسير كيف أن التغير في كمية يؤدي إلى التغير في كمية أخرى، ويستخدم الاقترانات لتمثيل وحل المسائل الرياضية" (NCTM, 1989). ومع دخول طلبة الرياضيات في المرحلة الثانوية، تلعب الاقترانات دورا حيويا في دراستهم، ومع مرور الوقت يصلون إلى رياضيات أكثر تقدما، لذا ينبغي أن يتعامل الطلبة مع الاقترانات بسلاسة، ولكن الواقع المشاهد أن الاقترانات هي نقطة عثرة بالنسبة لهم (Ronda, 2009)، فتعليم الرياضيات ومنها الاقترانات تواجه عدة صعوبات منها الاعتماد على الطرق الاعتيادية، وعدم استخدام وسائل تعليمية تساعد على فهم الاقترانات (مليحة، 2002).

وعلى مدار العشرين عاما الأخيرة من القرن الماضي حدث تحول في علم نفس التعلم من النظرية السلوكية إلى النظرية البنائية، حيث يتم التركيز على كيفية بناء ومعالجة المعلومات في عقل الطالب، وما يقوم به من عمليات عقلية، إذ انعكس ذلك على مجال تصميم التعليم باعتباره مجالا يتأثر بذلك التحول سواء على المستوى النظري، أو على المستوى التطبيقي (زيتون، 2002)، وتؤكد النظرية البنائية على التعلم القائم على المعنى، أي استخدام الخبرات الجديدة في إعادة بناء المنظومات القديمة أو بناء منظومات جديدة عن موقف أو ظاهرة علمية، فالتعلم لدى البنائين عملية إبداع مستمرة، والصف الدراسي معمل للتعلم يمارس

فيه الطلبة دور المخترعين والمكتشفين، كما أنها تؤكد على أن الطالب يبذل جهداً عقلياً حتى يكتشف المعرفة بنفسه، ويتم ذلك عندما يواجه مشكلة ما فيقوم بتحديدتها وفرض الفروض واختبار صحة الفروض حتى يصل إلى الحل الذي فيه معرفة جديدة تضاف إلى بنيته المعرفية، أي أن الطالب يبني المعرفة بنفسه (جابر، 1987)، ومن نظريات التعلم البنائية التي تهتم بكيفية حدوث تعلم المفاهيم الرياضية عند الطلبة نظرية دوبنسكي (APOS) (Action, Process, Object, Schema)، فالتدريس وفقاً لهذه النظرية يجب أن يكون من استراتيجيتين الأولى مساعدة الطلبة في بناء بني عقلية مناسبة، والثانية توجيه الطلبة لتطبيق هذه البنى العقلية من أجل بناء فهمهم الخاص بالمفاهيم الرياضية (Dubinsky, 2001).

وتحاول هذه النظرية تفسير نوع التفكير الذي يظهر عندما يطور الطلبة فهمهم للرياضيات بشكل عام، فهي تقترض أن المعرفة الرياضية تتكون وتبنى عندما يواجه الطالب مسألة رياضية ما ويحاول حلها، ففي أثناء هذه العملية يمارس الطالب مجموعة من العمليات: الإجراء (Action)، والعمليّة (Process)، والهدف (Object)، والمخطط (Schema) ليتمكن من فهم معقولة موقف المسألة التي يواجهها، وبالتالي يتمكن من حلها. فهي تسعى لبناء بني عقلية ذات معنى عند الطلبة، كما أنها تسعى لمحاولة فهم طريقة تفكيرهم والطريقة التي يتعلمون بها العديد من الموضوعات الرياضية كالتفاضل والتكامل والجبر المجرد والإحصاء والرياضيات المنفصلة والموضوعات الرياضية الأخرى (Asiala Brown, Devries, Dubinsky, Matthews, & Thomas, 1996)، وتمتاز هذه النظرية بعدة خصائص منها أنها تدعم التنبؤ، وهذا يظهر في التأكيد على أن الطالب الذي يتمكن من إنجاز بنية عقلية ما سيتمكن من تعلم موضوع رياضي محدد، كما أنها تمتلك قوة الشرح والتوضيح فهي وسيلة لتحليل البيانات التي يتم جمعها من خلال المقابلة، فهي تقدم تفسيرات وتوضيحات عن نجاح أو فشل الطالب لتعلم موضوع رياضي ما، وهي كذلك تفسر العديد من الظواهر فيمكن تطبيقها على مجموعة من موضوعات المحتوى الرياضي لمرحلة ما قبل الجامعة، وهي تساعد أيضاً في تنظيم التفكير حول ظواهر التعلم فهي أداة عامة وشاملة لتفسير فهم الطلبة لمفاهيم رياضية محددة وكيف تنظم تلك المفاهيم وطريقة التفكير بها، ومن مميزات أيضاً أنها لغة تقاهم رياضية مشتركة حول عملية تعليم وتعلم الرياضيات (Dubinsky, 2001).

كما تعد نظرية دوبنسكي (APOS) إطاراً للبحث في تعليم الرياضيات، وهي تقترح إجراء البحوث في ثلاث خطوات هي التحليل النظري للمحتوى، وتصميم وتنفيذ التدريس، وجمع وتحليل البيانات، وهذه الخطوات من المتوقع أن تتكرر حتى يتم الحصول على نتائج مرضية فيما يتعلق بتعلم الطلبة وفهمهم للمحتوى، كما أن عملية البحث هي عملية دورية، وتحليل البيانات يؤدي إلى جمع المزيد من البيانات أو إعادة تصميم طرق التدريس، ففي خطوة التحليل النظري للمحتوى يكون الهدف الأساسي محاولة بناء وصف للبنى العقلية التي يمكن أن يقوم بها الطالب عند تطوير فهمه لمفهوم رياضي يراد تعلمه، فالمعرفة الرياضية الخاصة بالطلّاب هي ميوله في الاستجابة للمسألة الرياضية من خلال الأنعكاس على مسائل أخرى وإجاباتها في سياق مجتمعي، ومن خلال بناء أو إعادة بناء الإجراءات (Actions) والعمليات (Processes) والأهداف (Objects) الرياضية وترتيبها في مخططات (Schemas) وذلك لاستخدامها عند التعامل مع مواقف متشابهة، لذلك فإن معرفة تعريف مفهوم رياضي معين لا

يكفي، فيجب على الطالب أن يتذكر المفهوم في مواقف مناسبة عند محاولته حل مسألة رياضية، وهذا التصور يصبح أكثر خصوصية في الرياضيات وذلك في الخطوة التي تليها (Tziritas, 2011).

وهناك أربع مراحل مفترضة للفهم تسمى المرحلة الأولى مرحلة الإجراء (Action) والتي تعتبر مفهومة لدى الطالب من خلال دراسته السابقة وهنا يبدأ فهم المفهوم، لذا يجب تعريف الطالب بالخطوات التي يجب اتخاذها بالترتيب المناسب، وعليه القيام بكل خطوة بشكل واضح والاسترشاد بتلميحات خارجية، إضافة إلى أن كل خطوة في الإجراء تتطلب الخطوة التي تليها، وهذا يعني أن خطوات الإجراء لا يمكن تخيلها ولا تخطيطها فهي مظهر خارجي وصورة مادية، فعلى سبيل المثال في حالة مفهوم الاقتران تعتبر الاقترانات غير مرنة في مرحلة الإجراء، فالاقتران عند الطالب مرتبط بمعادلة ويتطلب حسابات وخطوات معينة، فالطالب في مرحلة الإجراء غير قادر على حل مسألة تتضمن اقتران بدون أن يعطى معادلة (Moore, 2012) (Arnon, Cottrill,) (Dubinsky, Oktac, Fuentes, Trigueros, Weller, 2014) (Oehrtman, Carlson, Thompson,) (Dubinsky & McDonald, 2002)(2008).

والمرحلة الثانية العملية (Process) وفيها يكون بمقدرة الطالب من الأساس أن يختار الإجراءات (Actions) المناسبة، وهو قادر كذلك على أن يقرر الترتيب المناسب لحل المسألة الرياضية، فهو عندما يكرر ممارسة الإجراء ويتأمل ويعيد النظر فيه يصبح لديه بنية عقلية داخلية وصورة ذهنية وهنا يكون الطالب قد تمكن من إدخال (Interiorization) الإجراءات إلى عقله وهذا يسمى بالعملية (Process)، فالطالب يصل من كثرة تكرار الإجراء (Action) إلى مرحلة لا يحتاج فيها لإرشاد خارجي يساعده، فيصبح لديه القدرة على تخيل الخطوات، والبناء على ما اكتسبه سابقاً، وأيضاً القدرة على تخطي بعض الخطوات أو عكسها، وبالتالي يصبح قادراً على ممارسة وإنجاز عملية (Process) معينة، ويصبح بإمكانه أن يتصورها ذهنياً، ويكون قادراً على أن يربط العديد من العمليات معاً، فعلى سبيل المثال في حالة مفهوم الاقتران تعتبر الاقترانات مرنة في مرحلة العملية، فالاقتران عند الطالب غير مرتبط بمعادلة فهو قادر على حل مسألة تتضمن اقتران بدون أن يعطى معادلة لأنه يستطيع التخيل، فالاقتران عنده هو عملية مدخلات ومخرجات، كما يستطيع الطالب إن أعطي اقترانين مثل ق(س)، ه(س) أن يجد ق(ه(س))، وفي نفس الوقت إن أعطي ق(ه(س)) و ق(س) فإنه يستطيع إيجاد ه(س)، لذا فإن الإجراء (Action) الداخلي هو عملية (Process)، فالعملية هي بناء عقلي يقدم نفس عملية الإجراء، ويتطلب أن يكون الطالب واعياً للإجراء ليعكس عليه ويقارنه بالإجراءات الأخرى. (Tziritas,) (Dubinsky & McDonald, 2002) (Drlik, 2015) (Oehrtman et al., 2008) (Arnon et al., 2014) (2011).

وأما المرحلة الثالثة فهي الهدف (Object) وقد أنشئت من مرحلة العملية (Process)، حيث يقوم الطالب فيها بتطبيق الإجراء على العملية، فهي تطبيق للصورة المادية والذهنية، وفيها يدرك بشكل كامل مرحلة العملية وأنه يمكن عمل تحويلات على المفهوم الرياضي، وعندما يتحقق هذا الأمر يمكن وصف هذا المفهوم بأنه في مرحلة الهدف (Object)، فعلى سبيل المثال يمكن

التعامل مع الاقتران وتغييره تماما كأبي عدد يعمل تحويلات هندسية عليه (Dubinsky & McDonald, 2002) (Dubinsky,) (Arnon et al., 2014) (Drlik، 2015) (2001)

والمرحلة الأخيرة المخطط (Schema) فيها يتمكن الطالب من بناء خريطة مفاهيمية متكاملة من الإجراءات والعمليات والأهداف ومن مخططات أخرى ليصبح لديه تصورا واضحا وشاملا للمفهوم الرياضي، وهذا المخطط يصبح إجراء لمفهوم جديد وهكذا، ويستطيع الطالب في هذه المرحلة حل مسائل حياتية على المفهوم الرياضي، كما يستطيع أن ينتقل بين المراحل الثلاث السابقة، فعلى سبيل المثال عند التعامل مع المسائل الرياضية في مادة التفاضل والتكامل فإنه من الممكن أن نحتاج مرحلة الإجراء وفي نفس المسألة نحتاج مرحلة الهدف وهكذا، فالأهداف والعمليات متداخلة في عقل الطالب لكي يتم بناء مخططات، والمخططات تختلف من طالب لآخر وذلك لاختلاف تركيب الدماغ (Dubinsky, 2001) (Drlik، 2015) (Arnon et al., 2014) (Tziritas, 2011).

ومن الأمثلة على هذه المراحل الأربع رأس الاقتران التربيعي، ففي مرحلة الإجراء يستدعي الطالب المعلومة من ذاكرته أو أنه يسير خطوة بخطوة فهو يعتمد على المعادلة $s = \frac{b}{2}$ حتى يجد رأس الاقتران التربيعي، وفي مرحلة العملية يجد الطالب رأس الاقتران التربيعي من دون المعادلة، أما في مرحلة الهدف يستطيع الطالب المقارنة بين رأسين لاقترانين تربيعيين والربط بينهما، وفي مرحلة المخطط فإنه يتم بناء مخطط للمراحل الثلاث السابقة ومن خلال مخططات أخرى، فيستطيع الطالب حل مسائل حياتية على رأس الاقتران التربيعي (Childers & Vidakovic, 2014).

أما الجزء الثاني من نظرية دوبنسكي (APOS) فهو تصميم وتنفيذ التدريس والذي يقوم على افتراض أن التعلم هو عملية غير خطية، فالطالب أولاً يطور فهما جزئياً، وبشكل متكرر يرجع إلى نفس الفكرة، وبشكل دوري يلخص ويحاول سحب أفكاره معا، وتقتضى نظرية دوبنسكي (APOS) أن التعلم يعتمد بشكل أساسي على الصراع المعرفي والذي يتطلب تخطي إعادة اتزان البنى العقلية التي سبق تطويرها، وهذا الصراع المعرفي قد ينشأ عندما يتم التعبير عن أفكار الطالب، وعندما يواجه أفكار الآخرين المختلفة، لذلك فإنه في البحوث التي تعتمد على نظرية دوبنسكي (APOS) تتكون دورة التعلم *Activities, Class Discussion, Exercises (ACE)* من الأنشطة والنقاش الصفي والتمارين البيئية، حيث يعمل الطلبة بشكل تعاوني ضمن مجموعات على أنشطة صممت لتعزيز بنى عقلية محددة، وفي النقاش الصفي يستمر عمل الطلبة في مجموعات، وتعطى لهم فرصة للتأمل في العمل الذي قاموا به والقيام بمزيد من حل المسائل الرياضية، ويسعى المعلم لتحفيز الطلبة للنقاش بين المجموعات، والهدف منه توضيح وترسيخ البنى العقلية الجديدة، ويتم إعطاء تمارين للطلبة في مجموعات خارج الصف، والهدف منها هو تعزيز المفاهيم واستخدام الرياضيات التي تم تعلمها في الصف، وأما في خطوة جمع وتحليل البيانات والتي هي الجزء الثالث من نظرية دوبنسكي (APOS) فيجب أن تحتوي البيانات على معلومات عن الطلبة وما تم تعلمه سابقاً، وبناء على هذه البيانات فإنه يتم بناء فرضيات حول البنى العقلية التي يمكن أن يصنعها الطلبة، ومقدار الرياضيات التي يتعلمونها ويستخدمونها،

ويتم جمع البيانات على شكل إجابات مكتوبة لأسئلة صممت خصيصاً لذلك، بالإضافة لمقابلات مع الطلبة حول إجاباتهم على هذه الأسئلة (Tziritas, 2011).

ومن هنا جاءت هذه الدراسة لتقصي أثر فاعلية استراتيجية تدريسية مبنية على نظرية دوبنسكي (APOS) لتنمية التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات.

مشكلة الدراسة وأسئلتها

تلقي مادة الرياضيات وما يتصل بها من تحصيل اهتماماً عظيماً من التربويين وأولياء الأمور، فالرياضيات تعد نوعاً من أنواع التفكير المجرد الذي يعتمد الرموز بدلاً من المحسوسات، وهي كذلك تدريب على طرق حل المشكلات، لذلك فإن واضعي مناهج الرياضيات والاختصاصيين في طرق وأساليب تدريسها يؤكدون أن الرياضيات هي أسلوب في التفكير أساسه الفهم وإدراك العلاقات والاستدلال (المنصور، 2011). وقد لاحظ الباحثون من خلال خبرتهم في تدريس الرياضيات في المدارس الثانوية ثم عمل بعضهم في الإشراف على مادة الرياضيات ضعفاً ملحوظاً في التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات من حيث قدرة الطلبة في فهم العلاقات والرموز الجبرية واستخدام التمثيلات المتعددة واستخدام الأنماط والتعميمات، وقد يعود هذا كما أكدت نتائج بعض الدراسات إلى طرق التدريس المستخدمة حيث أنها طرق تدريس اعتيادية تقوم على تقديم المعلومات من قبل المعلم على شكل أمثلة تطبيقية تركز على التلقين والحفظ والاستظهار، فهي تجعل الطالب متلقياً للمعلومات والمعارف، ولا تعطيه أي دور في الابتكار وممارسة مهارات التفكير (قادر ومحي الدين، 2015)، وقد أشارت نتائج دراسة المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية إلى أن أكثر الطرق المستخدمة من قبل معلم الرياضيات هو أسلوب المحاضرة وأسلوب التدريس القائم على التوجيه المباشر من المعلم (المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، 2003). ولهذا كان لابد من التنوع في طرق تدريس الرياضيات حتى تسهم في تعليم وتعلم أفضل، حيث أوصى المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات باستخدام طرق تدريس متنوعة لإنقاذ الطلبة من عناء الحفظ والتلقين، وإثارة دافعيتهم نحو التعلم والتعليم (NCTM, 2000)، وقد أكدت العديد من الدراسات على تنوع طرق التدريس مما قد يسهم في تنمية التفكير الرياضي الجبري، مثل دراسة تسي وموير (Cai & Moyer, 2008) ودراسة هلاجن (Hallagan, 2004) ودراسة بلانتون وكابوت (Blanton & Kaput, 2001) ودراسة لانجرال ولانين (Langrall & Lannin, 2000)، لذلك لابد من تنمية التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات لأنه يساعد الطالب في التفاعل مع مواقف الحياة المختلفة وتمكنه من حل المشكلات التي يواجهها، كما أنه يزيد من قدرته على فهم الرياضيات، والتغلب على صعوبة فهم الاقترانات، وبناءً عليه يمكن صياغة مشكلة الدراسة الحالية في الأسئلة الآتية:

- السؤال الأول: ما أثر الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوبنسكي (APOS) على تنمية التفكير الرياضي الجبري لدى طلاب الصف العاشر الأساسي في مديرية التعليم الخاص في العاصمة عمان؟
- السؤال الثاني: ما دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب مرتفعي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري؟

- السؤال الثالث: ما دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب متوسطي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري؟
- السؤال الرابع: ما دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب منخفضي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري؟

فرضيات الدراسة

- الفرضية الأولى: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha = 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري.
- الفرضية الثانية: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha = 0.05$) بين متوسطي درجات الطلاب مرتفعي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري.
- الفرضية الثالثة: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha = 0.05$) بين متوسطي درجات الطلاب متوسطي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري.
- الفرضية الرابعة: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة ($\alpha = 0.05$) بين متوسطي درجات الطلاب منخفضي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري.

أهمية الدراسة:

تتمثل أهمية الدراسة باستخدام استراتيجية تدريسية مبنية على إحدى النظريات البنائية هي نظرية دوينسكي (APOS) والذي يتحول معها الطالب من مجرد متلقي سلبي إلى مشارك إيجابي في بناء معرفته، وتستمد هذه الدراسة أهميتها من أنها تتناول موضوعاً مهماً في الرياضيات وهو التفكير الرياضي الجبري وهو يتعلق بالمعايير العالمية للرياضيات حيث اهتم به المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) اهتماماً كبيراً، حيث تضمنت معاييرها لجميع الصفوف إشارة إلى الاهتمام بالتفكير الرياضي الجبري، وذلك من خلال التركيز على فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحليل المواقف الرياضية باستخدام الرموز الرياضية (NCTM, 2000)، كما تأتي أهمية هذه الدراسة على اعتبار أنها من الدراسات القليلة الأردنية والعربية التي أجريت حول فاعلية استراتيجية تدريسية مبنية على نظرية دوينسكي (APOS) لتنمية التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات وذلك في حدود علم الباحثين.

أهداف الدراسة

تهدف الدراسة إلى تقصي أثر الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS) على تنمية التفكير الرياضي الجبري لدى طلاب الصف العاشر الأساسي في مديرية التعليم الخاص في العاصمة عمان.

مصطلحات الدراسة والتعريفات الإجرائية

• الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوبنسكي (APOS)

هي مجموعة التحركات التي يقوم بها المعلم من حيث تخطيط وتنظيم وتنفيذ وحدة الاقترانات للصف العاشر الأساسي وفق نظرية دوبنسكي (APOS)، ويكون دور المعلم الإرشاد والتوجيه وتقديم التغذية الراجعة.

• الطريقة الاعتيادية

هي الممارسات التي يكون للمعلم فيها الدور الرئيسي في العملية التعليمية داخل الغرفة الصفية بالاعتماد على كتاب الطالب ودليل المعلم.

• نظرية دوبنسكي (APOS)

هي نظرية من نظريات التعلم البنائية والتي طورها دوبنسكي (Dubinsky)، وهي تهتم بكيفية حدوث تعلم المفاهيم الرياضية عند الطلبة، وتتكون من أربعة مراحل هي الإجراء (Action)، والعملية (Process)، والهدف (Object)، والمخطط (Schema).

• التفكير الرياضي الجبري

هو القدرة على فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحليل المواقف الرياضية باستخدام الرموز الرياضية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وتحليل التغير في الصيغ المختلفة (NCTM, 2000)، وقد تم قياسه بالدرجة التي حصل عليها الطالب في اختبار التفكير الرياضي الجبري الذي أعده الباحثون.

• التحصيل

هو مقدار ما اكتسبه الطالب من خبرات ومعارف ومهارات، وقد تم قياسه من خلال مجموع العلامات التي يحصل عليها الطالب من أدائه لاختبار التحصيل، والذي قام الباحثون بإعداده حول وحدة الاقترانات، وقد تم تصنيف مستوى الطلاب وفقاً لنتائج الاختبار التحصيلي القبلي إلى ثلاثة مستويات، المستوى المرتفع ويضم الطلاب الذين حصلوا على علامة 32 فما فوق في الاختبار التحصيلي في المجموعتين الضابطة والتجريبية، والمستوى المتوسط فيضم الطلاب الذين حصلوا على علامة بين 20-32 في الاختبار التحصيلي في المجموعتين الضابطة والتجريبية، وأما المستوى المتدني فيضم الطلاب الذين حصلوا على علامة دون 20 في الاختبار التحصيلي في المجموعتين الضابطة والتجريبية، علماً بأن العلامة الكلية 40.

محددات الدراسة وحدودها

تحدد الدراسة بالآتي:

- اقتصر أفراد الدراسة على طلاب الصف العاشر الأساسي، في مديرية التعليم الخاص في العاصمة عمان في الفصل الأول من العام الدراسي 2016 - 2017م.
- اقتصرت الدراسة على وحدة الاقترانات من كتاب الرياضيات للصف العاشر الأساسي.
- يعتمد تعميم نتائج هذه الدراسة على صدق وثبات أدوات الدراسة وموادها التعليمية.

الدراسات السابقة

من الدراسات التي تناولت التفكير الرياضي الجبري ما قام به عبيدة (2016) لتقصي أثر التمثيلات الرياضية على تنمية مهارات التفكير الرياضي الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية، وقد استخدم الباحث ثلاث أدوات الأولى اختبار مهارات التفكير الرياضي الجبري، والثانية اختبار المهارات الخوارزمية، والثالثة اختبار مهارات حل المسائل الجبرية، وقد طبقت هذه الدراسة على (258) طالبا من طلاب الصف الأول الإعدادي، وقد أظهرت نتائج الدراسة تفوق طلاب المجموعة التجريبية التي درست باستخدام التمثيلات الرياضية على طلاب المجموعة الضابطة في اختبار مهارات التفكير الرياضي الجبري واختبار المهارات الخوارزمية واختبار مهارات حل المسائل الجبرية.

كما قام ساتوشي (Satoshi, 2014) بدراسة لتقييم مستوى طلبة الصف التاسع الأساسي بالمدارس اليابانية في مهارات التفكير الرياضي الجبري، وقد طبقت هذه الدراسة على (154) طالبا وطالبة من طلاب الصف التاسع الأساسي، وقد أظهرت نتائج الدراسة تدني مستوى الطلبة في مهارات التفكير الرياضي الجبري.

وأجرى أمين (2012) دراسة هدفت إلى الكشف عن فاعلية استخدام نموذج التعلم البنائي في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الرياضي الجبري وتعديل التصورات البديلة للمفاهيم الجبرية لدى طلاب الصف الأول الإعدادي، وقد استخدم الباحث أداتين الأولى اختبار التفكير الرياضي الجبري، والثانية اختبار التحصيل، وقد طبقت هذه الدراسة على (72) طالبا من طلاب الصف الأول الإعدادي، وقد أظهرت نتائج الدراسة تفوق طلاب المجموعة التجريبية التي درست باستخدام نموذج التعلم البنائي على طلاب المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي الجبري واختبار التحصيل.

وفي دراسة القحطاني وعبد الحميد (Alghtani & Abdulhamied, 2010) والتي هدفت إلى التعرف على أثر التمثيل الهندسي في تنمية التفكير الرياضي الجبري، فقد استخدم الباحثان اختبار التفكير الرياضي الجبري، وقد طبقت هذه الدراسة على (65) طالبا من طلاب الصف الرابع، وقد أظهرت نتائج الدراسة تفوق طلاب المجموعة التجريبية التي درست باستخدام بطريقة التمثيل الهندسي على طلاب المجموعة الضابطة في اختبار التفكير الرياضي الجبري.

وفي دراسة أجراها الحيني (2009) للكشف عن مستويات التفكير الرياضي الجبري لدى طلبة الصف الثامن الأساسي، والتعرف على علاقة التفكير الرياضي الجبري ومهارته بالتحصيل الجبري، وقد استخدم الباحث أداتين الأولى اختبار التحصيل الجبري، والثانية اختبار التفكير الرياضي الجبري، وقد طبقت هذه الدراسة على (514) طالبا من طلاب الصف الثامن الأساسي، وقد أظهرت نتائج الدراسة إلى وجود علاقة ارتباطية بين مستوى التحصيل الجبري لدى الطلبة وقدرتهم على التفكير الرياضي الجبري ومهاراته.

وفيما يتعلق بالدراسات التي تناولت نظرية دوينسكي (APOS) فقد أجرى ديريك (Drlik, 2015) دراسة هدفت إلى معرفة العلاقة بين فهم الاقترانات والنجاح في مادة التفاضل والتكامل، وقد استخدم الباحث استبانيتين لقياس فهم الطلاب للاقتران الأولى تعتمد على نظرية دوينسكي (APOS) والثانية تعتمد على الأدب السابق لمفهوم الاقتران، وقد طبقت هذه الدراسة على (116) طالبا وطالبة من طلبة المرحلة الثانوية الذين كانوا مسجلين في السنة الأولى في مادة التفاضل والتكامل، وقد أظهرت نتائج الدراسة أنه يمكن للطلبة أن ينجحوا في مادة التفاضل والتكامل في السنة الأولى دون أن يكون لديهم فهم لمرحلة العملية للاقتران في بداية الدراسة، كما أظهرت نتائج الدراسة إلى وجود علاقة إيجابية بين فهم الاقترانات والنجاح في مادة التفاضل والتكامل.

وأجرى بيرنز (Burns, 2014) دراسة للحصول على رؤية حول فهم الطلبة للعلاقة بين مفهوم رأس الاقتران التريبي ومفهوم المشتقة، وقد استخدم الباحث نظرية دوينسكي (APOS) لتحليل أعمال الطلاب المكتوبة، والمقابلات الجماعية من خلال نظرية دوينسكي (APOS)، وقد طبقت هذه الدراسة على (30) طالبا وطالبة من طلبة مادة التفاضل والتكامل، وقد أظهرت نتائج الدراسة إلى ضعف الطلبة في الربط بين أنواع المسائل الرياضية المختلفة والتي تستخدم المشتقة لإيجاد رأس الاقتران التريبي.

كما أجرى أيدين و موتلو (Aydin & Mutlu, 2013) دراسة هدفت إلى الكشف عن فهم طلبة المدارس الثانوية المهنية لمفهوم نهاية الاقتران، وقد طبقت هذه الدراسة على (672) طالبا وطالبة من طلبة المدارس الثانوية المهنية في جامعة كوكالي، وقد أظهرت نتائج الدراسة صعوبة فهم الطلبة لمفهوم نهاية الاقترانات الحقيقية وذلك بسبب عدم وجود بنى عقلية مناسبة لدى الطلبة في مراحل العملية والهدف والمخطط.

وفي دراسة أجراها مارتينيز وتريجورز (Martinez & Trigueros, 2012) لتحليل فهم الطلاب للاقتران ذو المتغيرين، وقد استخدم الباحثان نظرية دوينسكي (APOS) كإطار لتحليل البيانات التي تم الحصول عليها من مقابلة (13) طالبا قد درسوا مادة التفاضل والتكامل، وقد أظهرت نتائج الدراسة قدرة عدد قليل من الطلاب على بناء وفهم الاقتران ذو المتغيرين.

كما أجرت جيزن (Guzon, 2012) دراسة هدفت إلى معرفة أثر استراتيجية التعلم التعاوني القائم على السياق على فهم الطلبة للاقترانات في مادة الجبر، وقد طبقت هذه الدراسة على (45) طالبا وطالبة من طلبة مادة الجبر، ولمعرفة مستويات فهم الطلاب على أساس نظرية دوينسكي (APOS) استخدمت الباحثة أداتين هما الاختبار والمقابلات الشفوية، وقد أظهرت نتائج الدراسة تحسن قدرة الطلبة على تحقيق مرحلة المخطط في فهم مفهوم الاقتران.

ومن خلال استعراض الدراسات السابقة فقد تبين ما يلي:

1. تشابهت الدراسة الحالية مع الدراسات السابقة في تطبيق نظرية دوينسكي (APOS) على وحدة الاقترانات كدراسة (Driik, 2105)، ودراسة (Burns, 2014)، ودراسة (Martinez & Trigueros, 2012).
2. تشابهت الدراسة الحالية مع الدراسات السابقة في تنمية التفكير الرياضي الجبري كدراسة عبيدة (2016) ودراسة أمين (2012) ودراسة (Alghtani & Abdulhamied, 2010).
3. استقادت الدراسة الحالية من الدراسات السابقة من حيث منهجية البحث والأساليب الإحصائية، ونتائج الدراسات وتوصياتها.

منهجية الدراسة

قام الباحثون باعتماد المنهج شبه التجريبي باستخدام مجموعتين: المجموعة التجريبية وتم تدريسها وحدة الاقترانات باستخدام الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS)، والمجموعة الضابطة تم تدريسها بالطريقة الاعتيادية، تم تطبيق اختبار التفكير الرياضي الجبري واختبار التحصيل على المجموعتين وبعد الانتهاء من تدريس الوحدة، تم تطبيق اختبار التفكير الرياضي الجبري على المجموعتين.

عينة الدراسة

تكون أفراد الدراسة من طلاب الصف العاشر الأساسي في مديرية التعليم الخاص في العاصمة عمان وذلك في الفصل الأول من العام الدراسي 2016/2017م، وقد تم اختيار مدارس أكاديمية الرواد الدولية، وتم اختيار مجموعتين بطريقة عشوائية، إحداهما تجريبية (61) طالبا تم تدريسها وحدة الاقترانات باستخدام الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS)، والأخرى ضابطة (61) طالبا تم تدريسها بالطريقة الاعتيادية.

فحص التكافؤ بين المجموعتين الضابطة والتجريبية:

تم التحقق من تكافؤ مجموعتي الدراسة، باستخراج المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية واختبار "ت" لمجموعات البحث (مرتفعي التحصيل، متوسطي التحصيل، منخفضي التحصيل) على اختبار التفكير الرياضي الجبري القبلي كما في الجدول

(1)

جدول رقم (1) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية واختبار "ت" لمجموعات البحث (مرتفعي التحصيل، متوسطي التحصيل، منخفضي التحصيل) على اختبار التفكير الرياضي الجبري القبلي

مستوى التحصيل	المجموعة	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	ت المحسوبة	ت الدرجة
مرتفع	التجريبية	41.21	5.90	1.48	2.08
	الضابطة	38.00	2.78		
متوسط	التجريبية	36.54	6.14	0.29-	2.00
	الضابطة	37.52	6.54		
منخفض	التجريبية	31.75	6.21	0.88-	2.042
	الضابطة	33.36	4.65		

يبين الجدول (1) عدم وجود فروق دالة إحصائية بين مجموعات البحث (مرتفعي التحصيل، متوسطي التحصيل، منخفضي التحصيل) في العينتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي الجبري القبلي، مما يعني تكافؤ هذه المجموعات على اختبار التفكير الرياضي الجبري القبلي.

أدوات الدراسة

وللإجابة على أسئلة الدراسة فقد تم استخدام الأدوات التالية:

• أولاً: اختبار التفكير الرياضي الجبري

قام الباحثون بإعداد اختبار التفكير الرياضي الجبري الذي تكون من (12) سؤالاً مقالياً، وقد تم بناء هذا الاختبار بعد تحديد مهارات التفكير الرياضي الجبري وهي فهم الأنماط والعلاقات والاقترانات، وتمثيل وتحليل المواقف الرياضية باستخدام الرموز الرياضية، واستخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وتحليل التغير في الصيغ المختلفة، وذلك بعد الاطلاع على الكتب والمراجع والدراسات السابقة ومشاورة العديد من أهل الاختصاص في مجال تدريس الرياضيات ومجال مناهج وطرق تدريس الرياضيات ومعلمي الرياضيات أصحاب الخبرة الطويلة، وللتحقق من صدق الاختبار تم عرضه على لجنة من المحكمين من ذوي الخبرة والاختصاص من أعضاء هيئة التدريس من المتخصصين في مجال مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، وأساليب تدريس العلوم، والقياس والتقويم في بعض الجامعات الأردنية وعددهم (9) أعضاء، وذلك بهدف التحقق من مدى ملاءمته لتحقيق أهداف الدراسة ومدى تمثيل الأسئلة للمحتوى التعليمي ومطابقتها لأهداف الدراسة، وفي ضوء آرائهم تم إجراء التعديلات التي اقترحها المحكمون والتي تمثلت بإعادة الصياغة ولم يتم حذف أي من أسئلة الاختبار، وتكوّن الاختبار بصورته النهائية من (12) سؤالاً.

كما تم التحقق من ثبات الاختبار بتطبيقه على عينة استطلاعية مؤلفة من (30) طالباً من خارج عينة الدراسة، واستغرقت مدة الاختبار 80 دقيقة، وقد تم حساب معاملات ثبات الاتساق الداخلي باستخدام معادلة كرونباخ ألفا حيث بلغ معامل الثبات

(0.876) وتعتبر هذه القيمة مقبولة لأغراض هذه الدراسة، وعند تصحيح الاختبار احتسبت (5) علامات لكل إجابة صحيحة، وبذلك تكون النهاية العظمى للدرجة على الاختبار (60).

• ثانياً: الاختبار التحصيلي

قام الباحثون بإعداد اختبار تحصيلي في وحدة الاقترانات تكون من (8) أسئلة مقالية، وذلك لقياس مقدار ما اكتسبه الطالب من خبرات ومعارف ومهارات في وحدة الاقترانات ولتصنيف الطلاب إلى ثلاثة مجموعات (مرتفعي التحصيل، ومتوسطي التحصيل، ومنخفضي التحصيل)، وقد تم بناء هذا الاختبار بعد تحليل المحتوى الرياضي لوحدة الاقترانات وما يشتمل عليه من مفاهيم وتعميمات ومهارات ومسائل رياضية، وتحديد النتائج المطلوب من الطلبة تحقيقها بعد دراستهم لهذه الوحدة، وقد اشتملت الوحدة الدراسية على الموضوعات الرياضية الآتية: اقتران كثير الحدود، جمع وطرح كثيرات الحدود، ضرب كثيرات الحدود، قسمة كثيرات الحدود، وللتحقق من صدق الاختبار تم عرضه على لجنة من المحكمين من ذوي الخبرة والاختصاص من أعضاء هيئة التدريس من المتخصصين في مجال مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، ومناهج وأساليب تدريس العلوم، والقياس والتقييم في بعض الجامعات الأردنية وعددهم (9) أعضاء، وذلك بهدف التحقق من مدى ملاءمته لتحقيق أهداف الدراسة ومدى تمثيل الأسئلة للمادة التعليمية ومطابقتها لأهداف الدراسة، وفي ضوء آرائهم تم إجراء التعديلات التي اقترحها المحكمون والتي تمثلت بإعادة الصياغة ولم يتم حذف أي من أسئلة الاختبار، وتكون الاختبار بصورته النهائية من (8) أسئلة، وقد تم بناء جدول مواصفات كمؤشر صدق آخر.

كما تم التحقق من ثبات الاختبار بتطبيقه على عينة استطلاعية مؤلفة من (30) طالباً من خارج عينة الدراسة، واستغرقت مدة الاختبار 40 دقيقة، وقد تم حساب معاملات ثبات الاتساق الداخلي باستخدام معادلة كرونباخ ألفا حيث بلغ معامل الثبات (0.801) وتعتبر هذه القيمة مقبولة لأغراض هذه الدراسة، وعند تصحيح الاختبار احتسبت (5) علامات لكل إجابة صحيحة، وبذلك تكون النهاية العظمى للدرجة على الاختبار (40).

إجراءات الدراسة:

لتحقيق الأهداف المرجوة من الدراسة تم اتباع الإجراءات الآتية:

- قام الباحثون بإعداد الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS)، وبدأت خطوات بناء الاستراتيجية المذكورة بمراجعة الأدب النظري والدراسات السابقة ذات العلاقة بتوظيف نظرية دوينسكي (APOS) في التدريس بشكل عام، وفي تدريس الرياضيات بشكل خاص، ومن ثم تحليل المحتوى الرياضي للوحدة الأولى من كتاب الرياضيات للصف العاشر الأساسي، وبناء عليه تمت إعادة صياغة الوحدة المذكورة على شكل أنشطة تناسب نظرية دوينسكي (APOS)، كما تم التأكد من الصدق الظاهري للمادة التعليمية وفقاً للاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS)، حيث تم عرضها على لجنة من المحكمين من ذوي الخبرة والاختصاص من أعضاء هيئة التدريس من المتخصصين في

مجال مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، ومناهج وأساليب تدريس العلوم، والقياس والتقويم في بعض الجامعات الأردنية وعددهم (9) أعضاء، ومشرفي الرياضيات ومعلميها ذوي الخبرة في التخصص، حيث طلب إلى كل من هؤلاء المحكمين إبداء رأيه في الاستراتيجية التدريسية المقترحة من حيث مدى سلامة الصياغة اللفظية للنتائج التعليمية التعليمية ووضوحها ودقتها، وشمولها للمحتوى الرياضي الوارد في كتاب الطالب ودليل المعلم، والوضوح والدقة العلمية واللغوية في صياغة نشاطات التدريس، ومدى انتماء نشاطات التدريس واستراتيجيات التقويم المعدة لهدف الدراسة، ومدى ملائمة نشاطات التدريس واستراتيجيات التقويم المعدة لمستوى طلبة الصف العاشر الأساسي، ووضوح نشاطات التدريس واستراتيجيات التقويم المعدة وقابليتها للتنفيذ في الغرف الصفية، وكفاية الوقت المقترح لتنفيذ كل نشاط على حدة، ولتطبيق الاستراتيجية التدريسية ككل، وكذلك ذكر أية ملاحظات أخرى بالحذف أو الإضافة أو التعديل بما يراه ضرورياً، وبعد استعادة نسخ الاستراتيجية التدريسية الأولية من المحكمين تم تفرغ الملاحظات الواردة، ودراستها بدقة والأخذ بآراء المحكمين وإجراء التعديلات الضرورية حيثما لزم الأمر، على اعتبار أن ذلك يحقق الصدق الظاهري لمحتوى الاستراتيجية التدريسية.

- إعداد اختبار التفكير الرياضي الجبري، والاختبار التحصيلي (كما ورد في منهجية البحث وأدوات الدراسة).
- بعد اختيار عينة الدراسة، تم تدريب المعلم الذي قام بعملية التدريس على استخدام الاستراتيجية التدريسية، كما تم تجريب الخطوات والإجراءات المتبعة في هذه الاستراتيجية على عينة استطلاعية لمعالجة المشكلات التي من الممكن أن تظهر أثناء عملية التطبيق.
- تم تطبيق اختبار التفكير الرياضي الجبري على طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة قبل تطبيق التجربة.
- تم تطبيق الاختبار التحصيلي على طلبة المجموعتين التجريبية والضابطة قبل تطبيق التجربة لغايات تصنيف الطلاب حيث تم تصنيفهم إلى ثلاثة مجموعات (مرتفعي التحصيل، ومتوسطي التحصيل، ومنخفضي التحصيل).
- تنفيذ المعالجتين التجريبية (الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS)) والضابطة (الطريقة الاعتيادية) على عينة الدراسة.
- تم تطبيق اختبار التفكير الرياضي الجبري على المجموعتين التجريبية والضابطة وذلك بعد الانتهاء من تدريس وحدة الاقترانات.

المعالجة الإحصائية

وللإجابة على أسئلة الدراسة فقد تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء الطلاب على اختبار التفكير الرياضي الجبري والاختبار التحصيلي قبل تطبيق التجربة، كما تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لأداء الطلبة واستخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب (ANCOVA one way) على اختبار التفكير الرياضي الجبري بعد تطبيق التجربة.

النتائج ومناقشتها

عرض ومناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الأول:

ما أثر الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS) على تنمية التفكير الرياضي الجبري لدى طلاب الصف العاشر الأساسي في مديرية التعليم الخاص في العاصمة عمان؟ للإجابة على هذا السؤال تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية للتطبيقين القبلي والبعدي الحقيقية والمعدلة على اختبار التفكير الرياضي الجبري كما في جدول (2).

جدول رقم (2): المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاختبار التفكير الرياضي الجبري

الاختبار	الاستراتيجية التدريسية		الطريقة الاعتيادية	
	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري
القبلي	36.67	6.75	37.20	5.80
البعدي	45.34	9.13	38.23	6.89
المعدل	45.51	0.901	36.06	0.901

يعرض الجدول (2) قيم المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لاختبار التفكير الرياضي الجبري حيث يتضح من خلال هذه القيم تحسن قيم متوسطات القياس البعدي في كل مجموعة مع ملاحظة أن متوسط القياس البعدي لاختبار التفكير الرياضي الجبري للمجموعة التجريبية كان أكبر، كما تبين قيم المتوسطات المعدلة إلى تحسن قيمة اختبار التفكير الرياضي الجبري لدى المجموعة التجريبية مقارنة بمتوسط المجموعة الضابطة، ولتحديد مدى أهمية وجوهية فروق المتوسطات المبينة فقد تم استخدام تحليل التباين الأحادي المصاحب وكما في الجدول (3)

جدول رقم (3) تحليل التباين الأحادي المصاحب وحجم الأثر لاختبار التفكير الرياضي الجبري بين المجموعتين في القياس البعدي

الاختبار	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة ف	مستوى الدلالة	مربع ايتا η^2	حجم الاثر
التفكير الرياضي الجبري	القبلي	1971.55	1	1971.55	39.88	.000	0.225	كبير
	المجموعة	1690.94	1	1690.94	34.20	.000		
	الخطأ	5883.01	119	49.44				
	الكلي	9398.46	121					

يبين الجدول (3) نتائج تحليل التباين الأحادي المصاحب لمتغير التفكير الرياضي الجبري بين المجموعتين في القياس البعدي حيث بلغت قيمة ف المحسوبة (34.20) بمستوى دلالة (0.000) وهذا يشير إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المجموعتين في اختبار التفكير الرياضي الجبري في القياس البعدي لصالح المجموعة التجريبية، ويبين معامل مربع ايتا أن حجم

الأثر كبير فقد بلغ (0.225) حيث أشار (عفانة، 2000: 42) إلى أن حجم الأثر يعتبر كبيراً إذا كانت قيمة مربع إيتا أكبر من أو تساوي (0.14).

وتدل هذه النتائج على أثر الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS) في تنمية التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات، وقد يعزى سبب تفوق الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS) على طريقة التدريس الاعتيادية إلى الإجراءات التدريسية لكل منها، فمن المعلوم أن عملية التعلم هي تفاعل بين المعلم والطالب، ونتاج نشاطاتهم المنفذة بناء على مخطط مدروس، وتتيح نظرية دوينسكي (APOS) الفرص لتنوع نشاطات التعلم والطرق التي يستخدمها الطالب لحل المسائل الرياضية المختلفة وذلك بالاعتماد على الخبرات في مخزون الطالب المعرفي، والبيئة الخارجية المؤثرة في التعلم، ففوق هذه النظرية فإن التدريس يتم من خلال ثلاث خطوات، ففي خطوة التحليل النظري للمحتوى تم وصف للبنى العقلية التي سيقوم بها الطالب عند تطوير فهمه وذلك من خلال المراحل الأربع المفترضة للفهم، فقد أسهمت مرحلة الإجراء بقيام الطالب بكل خطوة بشكل واضح والاسترشاد بتلميحات خارجية، وأسهمت مرحلة العملية في قدرة الطالب من أن يختار الإجراءات المناسبة والترتيب المناسب لحل المسألة الرياضية، وأن يصبح لديه بنية عقلية داخلية فهو قد تمكن من إدخال الإجراءات إلى عقله مما أدى إلى عدم حاجته إلى تلميحات خارجية وقدرته على تخطي بعض الخطوات وربط العديد من العمليات معاً، وأما مرحلة الهدف فقد أسهمت من تمكن الطالب من تطبيق الإجراء على العملية وبالتالي تطبيق للصورتين المادية والذهنية مما ساعده على عمل تحويلات على المفهوم الرياضي وحل المسائل الرياضية، كما أسهمت مرحلة المخطط من تمكن الطالب من بناء خريطة مفاهيمية متكاملة من الإجراءات والعمليات والأهداف مما أدى إلى وجود تصور واضح وشامل للمفهوم الرياضي لديه، وقدرته على حل مسائل حياتية على المفهوم الرياضي، والتقليل بين المراحل الثلاث السابقة، وأما في خطوة تصميم وتنفيذ التدريس فقد أدت إلى تكوين بنى عقلية جديدة عند الطلاب وذلك من خلال العمل التعاوني على أداء أنشطة صممت لتعزيز بنى عقلية محددة، والنقاش الصفّي الذي أعطى لهم فرصة للتأمل في العمل الذي قاموا به والقيام بمزيد من حل المسائل الرياضية، والتمارين البيئية التي عززت المفاهيم واستخدام الرياضيات التي تم تعلمها في الصف، كما ساهمت خطوة جمع وتحليل البيانات في إعطاء معلومات دقيقة عن الطلاب من أجل مواجهة سلوك الطلاب الفعلي وتفكيرهم المحتمل مع تخمينات حول البنى العقلية التي يمكن أن يصنعها الطلاب، كما أن التعلم البنائي والذي تقوم عليه الاستراتيجية التدريسية يجعل الطالب محورا للعملية التعليمية التعليمية ويساعده على تبادل الخبرات، وينمي لديه التفكير وروح التنافس والانسجام وكل هذا يساعد في خلق جو تعليمي تعليمي فعال مما قد يؤدي إلى نتائج أفضل للتعلم ومن ثم الوصول معاً إلى تفكير أفضل.

وقد اتفقت النتائج مع دراسة كل من عبدة (2016)، أمين (2012)، Alghtani & Abdulhamied (2010)، فيما يتعلق بتأثير طريقة التدريس على تنمية التفكير الرياضي الجبري.

عرض ومناقشة النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني والثالث والرابع:

ما دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب مرتفعي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري؟ ما دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب متوسطي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري؟ ما دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب منخفضي التحصيل في المجموعتين الضابطة والتجريبية في اختبار التفكير الرياضي الجبري؟ للإجابة على هذه الأسئلة فقد تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية واختبار "ت" لمجموعات البحث ((مرتفعي التحصيل، متوسطي التحصيل، منخفضي التحصيل) على اختبار التفكير الرياضي الجبري البعدي كما في الجدول (4)

جدول رقم (4) المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية واختبار "ت" لمجموعات البحث (مرتفعي التحصيل، متوسطي التحصيل، منخفضي التحصيل) على اختبار التفكير الرياضي الجبري البعدي

مستوى التحصيل	المجموعة	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	ت المحسوبة	ت الدرجة
مرتفع	التجريبية	50.50	7.79	*4.72	2.08
	الضابطة	42.00	3.24		
متوسط	التجريبية	44.91	8.30	*2.97	2.00
	الضابطة	39.59	4.77		
منخفض	التجريبية	40.58	5.54	*2.10	2.042
	الضابطة	35.76	5.13		

* دالة إحصائية عند $\alpha = 0.05$

يبين الجدول (4) وجود فروق دالة إحصائية بين المجموعتين مرتفعة التحصيل في العينتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي الجبري البعدي وقيمه تساوي (4.72)، كما يبين الجدول وجود فروق دالة إحصائية بين المجموعتين متوسطة التحصيل في العينتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي الجبري البعدي وقيمه تساوي (2.97)، ويبين الجدول وجود فروق دالة إحصائية بين المجموعتين منخفضة التحصيل في العينتين التجريبية والضابطة على اختبار التفكير الرياضي الجبري البعدي وقيمه تساوي (2.10)، مما يعني أن مستوى أداء الطلاب بمختلف مستوياتهم التحصيلية قد تحسن على الاختبار الجبري البعدي، وقد يعزى ذلك إلى أثر الاستراتيجية التدريسية المبنية على نظرية دوينسكي (APOS) في تنمية التفكير الرياضي الجبري المتعلق بالاقترانات، فقد ساهمت في كل خطوة من خطواتها على توسيع البنى العقلية للطلاب مرتفعي التحصيل وتنمية تفكيرهم الرياضي الجبري وروح الإبداع لديهم وجعلهم أكثر قدرة ومهارة في التعامل مع الحياة ومشكلاتها حيث تم ربط الرياضيات بالواقع الذي يعيشونه والمشكلات اليومية التي يواجهونها وتطبيقها في مواقف حياتية جديدة كما في مرحلة المخطط،

كما أتاحت لهم فرصاً مناسبة للتعامل مع الأفكار والمعلومات بحرية دون التقيد بنوع أو مستوى معين من التفكير، مما انعكس على إيجاباً على مستوى تفكيرهم الرياضي الجبري.

وأسهمت مرحلة الهدف لدى الطلاب متوسطي التحصيل بتطبيق الإجراء على العملية حيث مكنتهم من ربط مفاهيم الرياضيات بالبنى العقلية لديهم ومعالجة المعلومات المتوافرة في بنيتهم المعرفية بطرق مختلفة الأمر الذي ساعدهم على الانتقال من الجزئيات إلى الكليات، وهيات مرحلة الهدف فرصاً مختلفة لهم في تنمية المهارات العقلية من خلال فهم المعارف الجديدة والروابط المختلفة بين أجزاء المعرفة وتشكيلها في بنية معرفية جديدة عبروا عنها من خلال الخروج بتعميم يظهر في صورة حل صحيح للسؤال المطروح، مما عمق فهمهم وساعدهم على الارتقاء بهم إلى مستويات عليا للتفكير الرياضي الجبري.

وأتاحت مرحلة الإجراء للطلاب منخفضي التحصيل تذكر الحقائق السابقة والقيام بكل خطوة بشكل واضح، وأتاحت مرحلة العملية القدرة على تخييل كل خطوة والبناء على ما اكتسبوه سابقاً مما أدى إلى بناء بنى عقلية متسلسلة تبعا لقدراتهم وتعميقها وعودهم على التفكير جيداً حتى الوصول إلى إجابة صحيحة، كما أن تعلمهم مع زملائهم من خلال المجموعات التي تم فيها أداء الأنشطة والمناقشة والحوار وسماع أكثر من رأي وأكثر من فكرة ساعدهم على تنمية تفكيرهم الرياضي الجبري.

وقد اتفقت النتائج مع دراسة كل من الحيني (2009)، Blanton & Kaput (2001)، فيما يتعلق بتأثير مستوى التحصيل على تنمية التفكير الرياضي الجبري.

التوصيات

في ضوء النتائج ومناقشتها توصلت الدراسة الى التوصيات الآتية :

- 1) تعريف معلمي الرياضيات بنظرية دوينسكي (APOS) ومراحلها وتطبيقاتها في الغرفة الصفية ودورها في بناء بنى عقلية ذات معنى عند الطلبة.
- 2) تضمين كتاب دليل معلم الرياضيات نماذج تدريسية مثل نظرية دوينسكي (APOS) وطريقة تطبيقها في الغرفة الصفية.
- 3) حث معلمي الرياضيات على تنمية التفكير الرياضي الجبري لدى الطلاب خلال تعليم وتعلم مادة الرياضيات، مما سيكون لذلك عظيم الأثر في تحسين تحصيل الطلاب.
- 4) إجراء المزيد من الدراسات المماثلة والمتعلقة بنظرية دوينسكي (APOS) وتأثيره على متغيرات ومفاهيم رياضية أخرى.

المراجع

أولاً: المراجع العربية:

- أمين، شحاته. (2012م). فاعلية نموذج التعليم البنائي في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الجبري وتعديل التصورات البديلة لبعض المفاهيم الجبرية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. *مجلة كلية التربية، 23* (91)، 195-246.
- إبراهيم، مجدي. (2005م). *التدريس الإبداعي وتعلم التفكير*. القاهرة: عالم الكتب.
- بدوي، رمضان. (2007م). *تضمين التفكير الرياضي في برامج الرياضيات المدرسية*. عمان: دار الفكر.
- البحيري، السيد. (2006م). *أساليب التفكير السليم في الرياضيات*. عمان: دار المسيرة.
- الحنيني، سعود. (2009م). *مستويات التفكير الجبري لدى طلبة الصف الثامن الأساسي وعلاقتها بتحصيلهم الجبري* (رسالة ماجستير غير منشورة). جامعة مسقط، عمان.
- جابر، جابر. (1987م). *علم النفس التربوي*. القاهرة: دار النهضة العربية.
- رجائي، محمد. (2009م). تأثيرات دراسة الطلاب معلمي الرياضيات والأنشطة حول المتغيرات والأنماط في تنمية التفكير الجبري وتعديل معتقداتهم نحو طبيعة تدريس الجبر. *مجلة تربويات الرياضيات، 12*، 243-303.
- زيتون، كمال. (2002م). *تدريس العلوم للفهم رؤية بنائية*. القاهرة: عالم الكتب.
- عبيدة، ناصر. (2016م). أثر التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس، 75*: 117-170.
- عفانة، عزو. (2000م). حجم التأثير واستخداماته في الكشف عن مصداقية النتائج في البحوث التربوية والنفسية. *مجلة البحوث والدراسات التربوية الفلسطينية، 3*: 29-56.
- قادر، آريان. ومحي الدين، سرمد. (2015). فاعلية برنامج الجيوبجرا في تحصيل طلبة الصف الثاني المتوسط وزيادة دافعتهم نحو دراسة الرياضيات. *مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس، 60*، 247-269.
- مليحة، أحمد. (2002م). برنامج مقترح لتنمية مهارات قراءات الدوال وترجمتها لدى طلاب الصف الحادي عشر بغزة (رسالة ماجستير غير منشورة). الجامعة الإسلامية، فلسطين.
- المركز الوطني لتنمية الموارد البشرية، (2003م)، *مستويات أداء طلبة الأردن في الدراسة الدولية الثالثة*. عمان: دار النشر.
- المفتي، محمد. (2001م). اتجاهات في تعليم الرياضيات. *مستقبل التربية العربية، 7* (2)، 195-201.
- المنصور، غسان. (2011م). التحصيل في الرياضيات وعلاقته بمهارات التفكير دراسة ميدانية على عينة من تلامذة الصف السادس الأساسي في مدارس مدينة دمشق الرسمي. *مجلة جامعة دمشق، 27* (3)، 9-69.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

- Alghtani, O. & Abdulhamied, N. (2010). The Effectiveness of Geometric Representative Approach in Developing Algebraic Thinking of Fourth Grade Students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8: 256-263.
- Arnon, L.; Cottrill, J.; Dubinsky, E.; Oktac, A.; Fuentes, S.; Trigueros, M. & Weller, K. (2014). *APOS Theory A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. London: Springer.

- Asiala, M.; Brown, A.; DeVries, D.; Dubinsky, E.; Matthews, D. & Thomas, K. (1996). A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 2: 1-32.
- Aydin, S. & Mutlu, C. (2013). Students' understanding of the concept of limit of a function in vocational high school mathematics. *The Online Journal of Science and Technology*, 3(1): 145-152.
- Battista, M. & Van Auken, B. (1998). Using spreadsheets to promote algebraic thinking. (*Eric Document Reproduction NO: EJ563281*).
- Blanton, M. & Kaput, J. (2001). Design principles for tasks that support algebraic thinking in elementary school classrooms. *Proceedings of the 26th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2: 105-112. University of East Anglia: Norwich, UK.
- Burns, A. (2014). *Calculus Students' Understanding of the Derivative in Relation to the Vertex of a Quadratic Function*. (Unpublished Ph.D Dissertation). Georgia State University.
- Cai, J. & Moyer, J. C. (2008). *Developing Algebraic Thinking in Earlier Grades: Some Insights from International Comparative Studies*. Reston: NCTM.
- Childers, A. & Vidakovic, D. (2014). Students' Understanding of the Concept of Vertex of Quadratic Functions in Relation to Their Personal Meaning of the Concept of Vertex (*Eric Document Reproduction NO: EJ1042837*).
- Cooney, T.; Beckman, S. & Lloyd, G. (2010). *Developing Essential Understanding of Functions for Teaching Mathematics in grades 9-12*. Washington, NCTM Store.
- Driscoll, M.; Zawojewski, J.; Humez, A.; Nikula, J.; Goldsmith, L. & Hammerman, J. (2003). The fostering algebraic thinking toolkit: A guide for staff development (*Eric Document Reproduction NO: ED476802*).
- Dubinsky, E. & McDonald, M. (2002, January). *APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research*. Retrieved October, 20, 2015 from: <http://www.math.wisc.edu/~wilson/Courses/Math903/ICMIPAPE.PDF>
- Dubinsky, E. (2001, April). *Using a Theory of Learning in College Mathematics Courses*. Retrieved October, 25, 2015 from : <https://www.heacademy.ac.uk/system/files/msor.1.2f.pdf>
- Drlik, D. (2015). *Student Understanding of Function and Success in Calculus*. (Unpublished Master's Theises). Boise State University.
- Guzon, A. F. H. (2012, July). Understanding the Function Concept in a Context-Basd, Collaborative Learning Environment. Retrieved October, 20, 2015 from: <http://www.icme12.org/upload/UpFile2/TSG/0399>.
- Hallagan, J. (2004). A teacher's model of students' algebraic thinking about equivalent expressions. (*Eric Document Reproduction NO: ED489539*).
- Kaput, J. & Blanton, M. L. (2001). Student achievement in algebraic thinking: A comparison of 3rd graders' performance n a state 4th grade assessment (*Eric Document Reproduction NO: ED476622*).
- Kriegler, S. (2009). *Just what is Algebraic Thinking? Submitted For Algebraic in The Middle School*. Retrieved November, 30, 2016 from: www.mathandteaching.org/uploads/Articles_PDF/articles-01-kriegler.pdf
- Langrall, C. W. & Lannin, J. K. (2000, January). *The interplay between instruction and the development of middle school student's algebraic thinking*. Retrieved January, 13, 2016 from: <http://matheducation.missouri.edu/>

- Martinez, R. & Trigueros, M. (2012). Students' understanding of the general notion of a function of two variables. *Educational Studies in Mathematics*, 81: 365-384.
- Moore, T. (2012). *What calculus do students learn after calculus.?* (Unpublished Ph.D Dissertation). Kansas State University.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Oehrtman, M.; Carlson, M. & Thompson, P. (2008, October). *Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' function understanding*. Retrieved August, 19, 2016 from: <http://www.pat-thompson.net/PDFversions/2008MAAFunctions.pdf>
- Ronda, E. (2009). Growth points in students' developing understanding of function in equation form. *Mathematics Education Research Journal*, 21: 31-53.
- Schielack, F.; Chancellor, D. & Childs, K. (2000). Designing Questions to Encourage Children's Mathematical Thinking. *Teaching Children Mathematics*, 6(6): 398-402.
- Satoshi, E. (2014, July). The Characteristic of Student's Algebraic Thinking: Focus on The Linear Equation with two unknowns and the Linear Function. Retrieved January, 2, 2017 from: <http://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%2036%20PME%2038%202014%20Proceedings%20Vol%206.pdf>
- Tziritas, M. (2011). *APOS Theory as a Framework to Study the Conceptual Stages of Related Rates Problems*. (Unpublished Master's Theises). Concordia University.