

Received on (19-06-2022) Accepted on (19-11-2022)
<https://doi.org/10.33976/IUGJEPS.31.4/2023/26>

Identifying Mathematical Misconceptions among Students of the General Mathematics Course at Al-Quds Open University in Palestine

Dr. Hossam T. Harzallah^{*1}, Fadia J. Barham^{*2}, Dr. Abdul Rahman M. Abu Sarah^{*3}
Al-Quds Open University – Palestine^{*1,2,3}

*Corresponding Author: a.abusarah@hotmail.com

Abstract:

The present study aims to identify misconceptions of mathematics among students of the general mathematics course at Al-Quds Open University in Palestine. To obtain the objectives of the present study, the researchers used the descriptive analytical method. The answers of (27) male and female students in the final exam for the general mathematics course, at Al-Quds Open University / Tulkarm branch were analyzed. The results reveal that errors in the structure of mathematical associations constitute the most common types of errors with a percentage of (50%), followed by errors in “drawing the linear equation” with a percentage of (45%), errors in “using the multiplicative counterpart of the number”, with a percentage of (40%), errors in “using the additive counterpart of the number”, with a percentage of (37.5%), and finally followed by errors in “compensating mainly for the Niberian number e”, with a percentage of (25%), In light of the results, a set of recommendations and suggestions was presented.

Keywords: Mathematical concepts, identification of misconceptions, general mathematics course

تشخيص المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى طلبة مقرر الرياضيات العامة في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين

د. حسام توفيق حرز الله¹، فادية جهاد برهم²، د. عبدالرحمن محمد أبو سارة³
جامعة القدس المفتوحة-فلسطين^{1,2,3}

المخلص:

هدفت هذه الدراسة إلى تشخيص المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة مقرر الرياضيات العامة في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين، ولتحقيق أهداف الدراسة؛ استخدم الباحثون المنهج الوصفي التحليلي، حيث تم تحليل إجابات (27) طالباً وطالبة في الامتحان النهائي لمقرر الرياضيات العامة، في جامعة القدس المفتوحة / فرع طولكرم، وأظهرت النتائج أن الأخطاء في موضوع "تركيب الاقترانات الرياضية"، كانت الأكثر شيوعاً بين الطلبة بنسبة مئوية بلغت (50%)، تلتها الأخطاء في "رسم المعادلة الخطية" بنسبة مئوية بلغت (45%)، تلتها الأخطاء في "استخدام النظير الضربي للعدد"، بنسبة مئوية بلغت (40%)، تلتها الأخطاء في "استخدام النظير الجمعي للعدد"، بنسبة مئوية بلغت (37.5%)، تلتها الأخطاء في "التعويض بالأساس للعدد النيبيري e"، بنسبة مئوية بلغت (25%)، وعلى ضوء النتائج قدمت الدراسة عدداً من التوصيات والمقترحات.

كلمات مفتاحية: المفاهيم الرياضية، تشخيص المفاهيم الخاطئة، مقرر الرياضيات العامة.

المقدمة:

ينظر إلى الرياضيات على كونها ملكة العلوم الحديثة وأساسها، فالرياضيات في عيون البعض تُعدّ لغة، وفي عيون البعض الآخر فن يؤثر ويتأثر بالمتغيرات الحديثة، وفي عصر الحداثة والتطور، يزداد ارتباط المستحدثات الجديدة بعلم الرياضيات شيئاً فشيئاً، حتى أصبح البحث عن أي شيء جديد يبدأ من الأسس الرياضية المكتشفة، ومع مرور الوقت، كثرت المشكلات المرتبطة بتعليم الرياضيات، فجميع المؤشرات تفيد بضعف مخرجات تعليمها بصورة متسارعة، مما يستدعي التنبيه من تأخر الطلبة في مدارسنا وجامعاتنا عن ركب المكتشفات الحديثة في العالم، وإلى الخوف من حدوث فجوة كبيرة ما بين المعرفة الرياضية الحقيقية التي يمتلكها الطلبة، ومستوى الأهداف التعليمية الرياضية الذي تمّ رسمها مسبقاً، بصورة قد يستحيل معالجتها أو التوفيق بينها.

إن تطوير تعليم الرياضيات في عصرنا الحالي يتطلب من مؤسسات التعليم العالي التي تخرج "الطالب المعلم" بذل جهد كبير بغية تحقيق الأهداف المرجوة من تعليم الرياضيات وتعلمها، "فالطالب المعلم" يتوقع منه أن يكون قادراً على اختيار أفضل الاستراتيجيات والطرق والوسائل والأنشطة لمساعدة الطلبة على التعلم، وعليه أيضاً استثمار أي موقف صفّي لإكساب طلبته المفاهيم الرياضية الصحيحة؛ للوصول بهم إلى تفسير المواقف الرياضية المختلفة، والتأمل في أجوبتهم وحلولهم التي يقومون بتقديمها، وعلى الرغم من المحاولات الجادة لتحقيق ما سبق، يواجه الطلبة صعوبات جمة أثناء تعلم الرياضيات، وتتكرر الأخطاء المفاهيمية والإجرائية التي يرتكبونها أثناء حلولهم للاختبارات المختلفة أو الواجبات البيتية، إضافة إلى وجود مشكلة التصورات الخاطئة أو سوء الاستيعاب لحقيقة المفاهيم الرياضية، التي يظهرها الطلبة أثناء المناقشات الصفية، أو إجراء العمليات الرياضية غير الصحيحة أثناء حلولهم للمشكلات المختلفة التي تعرض أمامهم (المحمود وخصاونة والبركات، 2020).

تتميز الرياضيات الحديثة بأنها لا تقتصر على العمليات الروتينية المنفصلة أو المهارات المجزأة، بل هي أبنية محكمة تتصل مع بعضها البعض بروابط وثيقة، مشكلة في النهاية بنياناً متكاملًا، واللبنات الأساسية لهذا البناء هي: المفاهيم الرياضية، إذ أن المبادئ والتعميمات والمهارات الرياضية تعتمد اعتماداً وثيقاً على المفاهيم الرياضية، في تشكيلها واستيعابها واكتسابها (أبوزينة، 2017).

ويُعدّ وقوع الطلبة في الأخطاء المفاهيمية الرياضية من الأمور الشائعة في مختلف المراحل الدراسية أو في الموضوعات الرياضية المتنوعة، سواءً أكان ذلك على سبيل التفسير الخاطئ للمفهوم الرياضي، أو الفهم غير الدقيق لحقيقة المفهوم، أو سوء استخدام المفهوم أو الخلط بين مجموعة من المفاهيم التي تشترك بعدة خصائص، وعليه يُمكن القول بأن الأخطاء المفاهيمية الرياضية ترتبط بجذور عميقة في بنية الإدراك لدى الطلبة، التي تستلزم العمل على تغييرها بواسطة عدد من الاستراتيجيات والأفكار التعليمية المرتبطة بنظريات تعليم المفاهيم الرياضية وأسسها على وجه الخصوص (موسى والزعبي، 2019).

وينعكس الفهم الصحيح للمفاهيم الرياضية لدى الطلبة من خلال قدرتهم على التفكير في مواقف حقيقية تتضمن التوظيف الواعي لدلالة المفهوم وخصائصه وسماته، وهذه القدرة تُعكس أيضاً من خلال أداء الطالب الذي يشير إلى إنتاجه للأمثلة والتمثيلات المألوفة للمفهوم الرياضي، أو قدرته على التواصل بلغة رياضية لتبليغ الأفكار الرئيسية للمفهوم بطرائق مختلفة (بدوي، 2019).

ونتيجة لأهمية المفاهيم الرياضية، اهتم الرياضيون والتربويون بالبحث والنقد والتحليل والتفصيل لموضوع مفاهيم الرياضيات وتشخيص واقع تعلمها، وتوصلوا إلى أن الطلبة يأتون وبحوزتهم أفكار وتصورات بديلة أو خاطئة عن المفاهيم الرياضية، بصورة تتعارض مع التصورات العلمية السليمة، فالمفهوم الرياضي وما يرتبط به من إدراك ومعنى لدى الطالب لا يتم بشكل فجائي، بل

يتبلور ببطء شديد وحذر، وفقاً لمنظومة تبني فيها الخبرات الجديدة المصاحبة للمفهوم الرياضي مع الخبرات السابقة، وتبني في نفس الوقت خبرات رياضية أخرى لاحقة لما تمّ تعلمه سابقاً (بارون، 2019).

ويعتقد شلش (Shalash, 2019) بأن الأخطاء المفاهيمية الرياضية لدى الطلبة تنبع من أسباب متعددة، منها: اختلاف وجهات النظر العلمية المكتسبة لدى الطلبة من تجاربهم في البيئة المحيطة، وإلى تركيز طرق تعليم الرياضيات بصورة أساسية على الجوانب الإجرائية الموسعة على حساب استيعاب المفاهيم الرياضية، ونقص المعرفة الرياضية السابقة حول المفهوم، أو عدم قدرة الطلبة على ربط ما هو موجود بما هو جديد، أو إساءة تفسير مفاهيم جديدة تتناسب مع المعرفة السابقة، مما يسهم بالتالي في إيجاد حالة من الصعوبة أو التعقيد في تصحيح تلك المفاهيم الخاطئة أو دفع الطلبة نحو التخلي عن تلك المفاهيم الخاطئة، لأن هذه المفاهيم تكون متصلة في العادة بالخريطة الذهنية لديهم.

ويشير اليونس (2004) إلى أن خطورة تراكم الأخطاء الرياضية لدى الطلبة تكمن في إعاقة سيرهم خلال عملية التعلم، والتسبب في ضعف قدرتهم على متابعة موضوعات رياضية متقدمة، وبخاصة عندما تكون طبيعة المعرفة مبنية بشكل هرمي كما هو الحال في معظم المحتوى الرياضي الذي يتمّ تعلمه، وللعمل على إزالة هذه الصعوبات أو جعلها في المستوى الأقل تستدعي الحاجة إلى استفادة صناع القرار والمخططين من الأخطاء الرياضية الشائعة بين الطلبة، وذلك بمزيد من البحث والتقصي لتقليل تلك الأخطاء، وبالتالي إلى تطوير عملية تعلم الرياضيات وتعليمها بصورة سليمة.

وتتنوع أسباب وجود المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى الطلبة، ويأتي في مقدمتها: طرائق التدريس المستخدمة التي لا تتناسب مع المحتوى الرياضي الذي يتمّ تدريسه، حيث تسهم طرائق التدريس غير الملائمة في دعم أخطاء الطلبة حول الموضوع الدراسي، أو قد تقود لأخطاء جديدة حول ذلك الموضوع، بالإضافة إلى أن الكتاب المدرسي وما يحتويه من أنشطة وتمارين وطريقة عرض تقود الطلبة أيضاً إلى بعض الأخطاء الشائعة، وكذلك فإن ثقافة الطلبة السابقة وتجاربهم الشخصية تشكل دوراً مهماً في وجود بعض الأخطاء لديهم (الدويك، 2010).

ولكي يستطيع المعلم تجنب وجود المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى طلبته، يتوجب عليه التعرف بصورة معمقة حول المفهوم الرياضي وطبيعته وخصائصه، بالإضافة إلى تحديده للسمات والصفات التي تميز المفهوم بصورة دقيقة، مع مراعاته استعراض أمثلة منتمية للمفهوم أمام الطلبة، وأمثلة غير منتمية لتوضيح الاختلاف في السمات المميزة للمفهوم، والطلب من الطلبة توضيح أو تبرير أسباب تصنيفهم عنصراً ما كمثل على المفهوم، وعنصراً آخر "كلا مثال" على نفس المفهوم، ويجدر بالمعلم أيضاً تقريب المفهوم إلى ذهن الطلبة بصورة حسية مع ربط المفهوم بالبيئة المحيطة لدى طلبته (التميمي، 2016).

وتأسيساً على ما سبق، تناولت الكثير من الدراسات والأبحاث السابقة موضوع تشخيص الأخطاء الرياضية لدى الطلبة بشكل عام، وفي الجانب المفاهيمي بشكل خاص، نذكر منها: دراسة المحمود وخصاونة والبركات (2020) التي هدفت إلى تقصي فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في القدرة على التبرير التناسبي لدى طلبة المرحلة الأساسية في الأردن، ولتحقيق هدف الدراسة، تمّ استخدام اختبار التبرير التناسبي، وبطاقة للملاحظة الصفية، وبلغت عينة الدراسة (45) طالباً من طلبة الصف السابع الأساسي في الأردن، تمّ توزيعها إلى مجموعتين، تجريبية تألفت من (24) طالباً درست باستخدام استراتيجية تحليل الأخطاء الرياضية، وأخرى ضابطة تألفت من (21) طالباً درست بالطريقة الاعتيادية، وأظهرت النتائج أن استراتيجية تحليل الأخطاء الرياضية؛ تحسن من التبرير التناسبي، وفي التفاعل الصفّي.

ودراسة شلش (Shalash, 2019) التي هدفت إلى تحديد المفاهيم الخاطئة والأخطاء التي قام بها طلبة مقرر الرياضيات، في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين، واستخدم الباحث المنهج الوصفي التحليلي، وتمّ جمع البيانات من خلال اختبار تكون من خمسة أسئلة مفتوحة الإجابة، بالإضافة إلى المقابلة، وأشارت النتائج إلى أن أقل نسبة من الأخطاء الرياضية كانت في محور العمليات الجبرية الأولية بنسبة مئوية بلغت (24%)، وجاء محور حل كسور المتباينات الخطية كأكثر الأخطاء شيوعاً بنسبة بلغت (46%).

ودراسة موسى والزعبي (2019) التي هدفت إلى تقصي أثر استخدام نموذج ستيبازن في تعديل الأخطاء المفاهيمية الرياضية وفي تحسين مستوى مهارات ما وراء المعرفة لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في الأردن، واستخدم الباحثان المنهج التجريبي، حيث تمّ اختيار عينة تكونت من (40) طالباً، تمّ توزيعهم إلى مجموعتين، تجريبية بلغ عددها (21) طالباً درست وفق نموذج ستيبازن، والأخرى ضابطة بلغ عددها (19) طالباً، درست بالطريقة الاعتيادية، وتكونت أدوات الدراسة من اختبار تشخيص الأخطاء المفاهيمية الرياضية، ومقياس مهارات ما وراء المعرفة، وأشارت النتائج إلى وجود أثر إيجابي لاستخدام نموذج ستيبازن في تعديل الأخطاء المفاهيمية الرياضية لدى الطلبة، وفي تحسين مستوى مهارات ما وراء المعرفة لدى طلبة المجموعة التجريبية.

ودراسة سيتن (Cetin, 2015) التي هدفت إلى تحليل تصورات طلاب تعليم الرياضيات على مستوى الجامعة، حول الفهم المفاهيمي لعلم المتلثات والوظائف المتلثية وتطوير محتواهم لهذه المفاهيم، وتمّ استخدام المنهج الوصفي التحليلي، وتكونت عينة الدراسة من (90) طالباً جديداً في قسم الرياضيات الابتدائية، وتمّ جمع البيانات عبر اختبارين، الأول: يتضمن عشرة أسئلة تتعلق بتصورات المعرفة بالمفهوم، والثاني: يتضمن خمسة أسئلة مفتوحة تتعلق بالمحتوى الرياضي الذي يستخدمه الطلاب، وأظهرت النتائج أنه على الرغم من أن الطلاب لديهم مستوى عالٍ من الإدراك حول المفاهيم الأساسية لعلم المتلثات والوظائف المتلثية، وتحديدًا قياس زاوية الزاوية وقياس القوس، إلا أنهم لم ينجحوا في فهم تطوّرهم المفاهيمي، لكنهم كانوا على علم بهذه المشكلة، على الرغم من أن الطلاب كان لديهم الصور المرئية لهذه المفاهيم، فإن استخدامهم للمحتوى الرياضي في تطوير الفهم المفاهيمي لهذه المفاهيم، كان بعيداً عن القضايا الأصلية لتطوير محتوى هذه المفاهيم.

ودراسة موراليس (Morales, 2014) التي هدفت إلى تحليل ثلاثة مفاهيم خاطئة وأنماط خطأ لطلاب الصف الخامس، عند العمل مع التكافؤ والجمع والطرح للكسور، وتمّ استخدام المنهج النوعي، حيث تمّ استخدام ثلاثة أدوات لجمع البيانات، وهي: الملاحظة والمقابلة وتحليل الوثائق، وتكونت عينة الدراسة من (4) طلاب، وكشفت النتائج إلى أن الطلاب استخدموا المعرفة المفاهيمية والإجرائية لحل بعض المشكلات الرياضية، وأن الطلبة استطاعوا استخدام الصور وتقديم الأمثلة وإقامة الروابط مع المفاهيم الرياضية الأخرى ومواضيع الحياة اليومية، ومن الأنماط الخاطئة التي تمّ اكتشافها، استخدام الطلبة لجمع الأعداد وطرحها من البسط والمقام، وأخطاء في أنماط إيجاد العامل المشترك الأكبر.

وهدف دراسة موزانغوا وتشيفامبا (Muzangwa & Chifamba, 2012) إلى استكشاف الأخطاء والمفاهيم الخاطئة في حساب التفاضل والتكامل لدى طلبة تخصص الرياضيات، في جامعة زيمبابوي، وتمّ جمع البيانات من خلال استخدام تمرينين في حساب التفاضل والتكامل، وأظهر تحليل نتائج الاختبارات أن غالبية الأخطاء كانت بسبب فجوات معرفية في تعليم الجبر خلال فترات التعليم السابقة لدى الطلبة، كما أشارت النتائج أيضاً، إلى أن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة في حساب التفاضل والتكامل كانت

مرتبطة بنقص مهارات التفكير الرياضي لدى الطلبة، وأشارت النتائج إلى أن بعض الأخطاء الشائعة التي يمكن أن يرتكبها المحاضرون أثناء عملية التدريس، غالباً ما تسهم في دفع الطلبة إلى الوقوع في نفس تلك الأخطاء.

ودراسة القضاة (2008) التي هدفت إلى الكشف عن أصناف الأخطاء الشائعة التي يقع فيها طلبة الصف الثاني الثانوي العلمي في مبحث الرياضيات، في امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة "التوجيهي" ونسبة الوقوع في كل صنف منها في الأردن، واستخدمت الدراسة المنهج الوصفي، حيث تم تحليل (600) دفتر إجابة من إجابات الطلبة ورصد الأخطاء التي يقعون فيها ونسبة الوقوع في كل صنف، وأشارت النتائج إلى أن نسبة الأخطاء المتعلقة بالجانب المفاهيمي كانت (20.03%)، بينما كانت نسبة الأخطاء المرتبطة بجانب القوانين والنظريات (25.69%)، وكانت نسبة الأخطاء المرتبطة بالحسابات والعمليات المنطقية (44.43%)، وكانت نسبة الأخطاء المرتبطة بالفروض الخاطئة (9.85%).

ويظهر من خلال مراجعة الأدبيات والدراسات السابقة، تنوع الأخطاء التي يقع بها الطلبة أثناء تعلمهم مادة الرياضيات، خاصة في جانبها المفاهيمي على اختلاف مراحلهم الدراسية: ابتدائية، أساسية، ثانوية، جامعية، وقد أظهرت الأدبيات والدراسات أيضاً، أهمية تشخيص الأخطاء المفاهيمية، التي يقع بها الطلبة أثناء تعلمهم لمادة الرياضيات، وإلى ضرورة إيجاد الحلول لها، بغية تجنب تلك الأخطاء ومعالجتها؛ للوصول بهم إلى مستوى تعلم الرياضيات بنجاح.

وتأسيساً على ما سبق، تهدف هذه الدراسة لتشخيص المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة مقرر "الرياضيات العامة" في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين.

مشكلة الدراسة:

لقد نبعت مشكلة الدراسة من خبرة الباحثين في التعليم الجامعي، فقد لاحظوا وقوع "الطلبة المعلمين" في كلية التربية في جامعة القدس المفتوحة بالكثير من الأخطاء أثناء الإجابة عن أسئلة امتحانات مساقات الرياضيات المختلفة، والتي تتبع في بعض الأحيان من مشكلات في استيعاب المفهوم الرياضي، مثل: الخلط بين عدة مفاهيم، أو عدم قدرتهم على ربط المفهوم بتطبيقاته على أرض الواقع، والأخطاء التي يقعون بها خلال ربط المفاهيم الرياضية بالعمليات والعلاقات الرياضية الأخرى، أو مشكلة الخلط ما بين المفهوم الرياضي والتمثيل أو الشكل الخاص به، ومشكلة عدم القدرة على رؤية المتشابهات بين المواقف التي تبدو ظاهرياً أنها غير مترابطة ولكنها في حقيقتها مترابطة، أو الخلط في الربط بين المفاهيم والإجراءات بشكل بنيوي متكامل.

وبالرجوع إلى عدد من الدراسات السابقة (المحمود وخصاونة والبركات، 2020 ؛ Shalash, 2019 ؛ موسى والزعبي، 2019 ؛ Cetin, 2015 ؛ دويكات، 2016 ؛ Morales, 2014 ؛ Muzangwa & Chifamba, 2012 ؛ القضاة، 2008 ؛ اليونس، 2004) فقط أكدت جميعها وجود الكثير من أنماط الأخطاء التي يقع بها الطلبة أثناء تعلم الرياضيات، وقد أوصت جميعها بضرورة تشخيص الأخطاء التي يقع بها الطلبة ومحاولة معالجتها بصورة تحقق معها الغاية من تعلم الرياضيات، وقد أولت تلك الدراسات الاهتمام بالجانب المفاهيمي بالتحديد، كونه يُعدّ اللبنة الأساسية لتعليم الرياضيات.

وتأسيساً على ما سبق، تأتي هذه الدراسة لتشخيص أهم المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة مقرر "الرياضيات العامة" في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين.

أسئلة الدراسة:

تسعى هذه الدراسة نحو الإجابة عن السؤال الرئيسي الآتي: "ما المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى طلبة مقرر "الرياضيات العامة"، في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين".

أهداف الدراسة:

تهدف هذه الدراسة إلى تحقيق ما يأتي:

1. تحديد المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة مقرر "الرياضيات العامة"، في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين.
2. تحديد النسبة المئوية للمفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة مقرر "الرياضيات العامة"، في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين.

أهمية الدراسة:

تتبع أهمية الدراسة من تناولها جانب مهم في تعليم الرياضيات، وهو المفاهيم الرياضية الخاطئة، مما يسهم في إتاحة الفرصة أمام المعلمين والمحاضرين للتبصر والتبحر في الأخطاء التي قد يقع بها الطلبة أثناء تعلمها، مما يجعلهم بالتالي قادرين على تجنب وقوع الطلبة في تلك الأخطاء، بالإضافة إلى أن تحديد تلك الأخطاء وعواملها يساعد المعلمين والمشرفين المختصين على تقييم الأساليب أو الطرق المستخدمة في تعليم الرياضيات، فاكشاف أية أخطاء مفاهيمية لدى الطلبة في مادة الرياضيات، قد يدل على وجود أسلوب أو طريقة لم تستطع تحقيق الأهداف التعليمية بالصورة المناسبة، أو لوجود أخطاء سابقة تراكمت مع مرور الزمن أدت إلى ظهور تلك الأخطاء وشيوعها بين الطلبة.

وعلاوة على ذلك، قد تفتح نتائج هذه الدراسة الباب أمام الباحثين في فلسطين، والعالم العربي نحو دراسات مشابهة تركز على جانب الأخطاء المفاهيمية الرياضية، لمراحل ومستويات جامعية أخرى، مما قد يساعد في إيجاد حلول لمشكلات تعليم المفاهيم الرياضية على وجه الخصوص، وتعليم الرياضيات بشكل عام.

حدود الدراسة:

أولاً: الحد الزمني: تم جمع البيانات خلال الفصل الأول، من العام الدراسي الجامعي 2021/2022.

ثانياً: الحد البشري: طبقت الدراسة على جميع الطلبة المسجلين في مساق الرياضيات العامة، في جامعة القدس المفتوحة.

ثالثاً: الحد الموضوعي: محتوى الوجدتين: الخامسة (الاقترانات الجبرية)، والسابعة (الاقترانات الأسية والاقترانات اللوغارتمية) من مقرر الرياضيات العامة، المعتمد لدى جامعة القدس المفتوحة.

مصطلحات الدراسة:

أولاً: تشخيص الأخطاء الرياضية: تحديد الأخطاء الرياضية وحصرها وتصنيفها ووضعها في قالب محدد وفق نمطها (القضاء، 2008)، ويعرف الباحثون مفهوم تشخيص الأخطاء الرياضية إجرائياً، بأنها: تحديد المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى طلبة مقرر الرياضيات العامة، في جامعة القدس المفتوحة، بالإضافة إلى تصنيفها ومعرفة أسباب تلك الأخطاء ووضعها في قالب محدد، وفق النمط الخاص بكل خطأ.

ثانياً: المفهوم الرياضي: هو قاعدة للحكم، أو الصفة المجردة المشتركة بين جميع أمثلة المفهوم، كما أن المفهوم الرياضي، عبارة عن اللبنة الأساسية في بناء الرياضيات (ياسين، 2008 ؛ أبو سارة وياسين، 2018)، ويعرف الباحثون مصطلح المفهوم الرياضي

إجرائياً بأنها: البنية الأساسية في بناء مقرر الرياضيات العامة الخاص بطلبة قسمي: الرياضيات والمرحلة الأساسية الأولى في جامعة القدس المفتوحة.

ثانياً: مقرر الرياضيات العامة: هو أحد مقررات جامعة القدس المفتوحة الخاص بقسم الرياضيات، ويتضمن الموضوعات الآتية: الأعداد الحقيقية والعمليات عليها، الأعداد المركبة والعمليات عليها، كثيرات الحدود، الاقترانات الجبرية، الاقترانات المثلثية، الاقترانات المثلثية العكسية، الاقترانات الأسية والاقترانات اللوغاريتمية، المتباينات والمعادلات (جامعة القدس المفتوحة، 2022).

إجراءات الدراسة:

أولاً: منهج الدراسة: تم استخدام المنهج الوصفي التحليلي؛ بهدف استقصاء المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة قسمي: الرياضيات والمرحلة الأساسية الأولى، الملتحقين في مقرر "الرياضيات العامة"، في جامعة القدس المفتوحة في فلسطين.

ثانياً: مجتمع الدراسة: تكون مجتمع الدراسة الحالية، من جميع طلبة قسمي: الرياضيات والمرحلة الأساسية الأولى، الملتحقين في مقرر "الرياضيات العامة"، في جامعة القدس المفتوحة، خلال الفصل الدراسي الأول من العام 2021-2022م، وقد بلغ عددهم حوالي (678) طالباً وطالبة.

ثالثاً: عينة الدراسة: تكونت عينة الدراسة من (27) طالباً وطالبة من طلبة قسمي: الرياضيات والمرحلة الأساسية الأولى، الملتحقين في مقرر "الرياضيات العامة" من جامعة القدس المفتوحة/ فرع طولكرم، خلال الفصل الدراسي الأول من العام 2021/2022.

رابعاً: تحديد قائمة المفاهيم الرياضية:

لتحديد قائمة بالمفاهيم الرياضية التي سيتضمنها الاختبار الخاص بمساق "الرياضيات العامة"، قام الباحثون بتحليل محتوى الوجدتين: الخامسة (الاقترانات الجبرية)، والسابعة (الاقترانات الأسية والاقترانات اللوغاريتمية)، وقد تضمنت القائمة المفاهيم الآتية: الاقترانات، المتغير التابع، المتغير المستقل، مجال الاقتران، اقتران زوجي، النظير الجمعي للعدد، النظير الضربي للعدد، اقتران فردي، اقتران واحد لواحد، مدى الاقتران، الأسس، الاقتران الأسّي، الاقتران اللوغاريتمي، الرمز العلمي.

خامساً: الاختبار النهائي لمساق "الرياضيات العامة"

وصف الاختبار: تكون الاختبار النهائي لمساق "الرياضيات العامة" من أربعة أسئلة رئيسية، تضمنت جوانب التعلم الأساسية الواردة في الوجدتين الخامسة والسابعة، وهي: الاقترانات الجبرية، الاقترانات الأسية والاقترانات اللوغاريتمية، وقد تم تصميم الاختبار ونموذج الإجابة النموذجية وإجراءات الاختبار وفقاً لتعليمات وإرشادات الدائرة المكلفة بالإشراف على الاختبارات وهي عمادة "القبول والتسجيل والامتحانات" التابعة لجامعة القدس المفتوحة.

أسئلة الاختبار النهائي لمقرر الرياضيات العامة:

تكون الاختبار النهائي لمقرر الرياضيات العامة للفصل الأول، من العام الجامعي 2021/2022، من أربعة أسئلة رئيسية، هي:

1. أودع شخص مبلغ (5000) دينار بفائدة مركبة مقدارها (6%) سنوياً، أحسب جملة المبلغ المستحق للشخص في نهاية السنة الخامسة؟ ويتطلب هذا السؤال من الطالب، فهم المسألة الرياضية ومن ثم تحديد المعطيات والمطلوب لتنفيذ الحل ومن ثم التأكد من صحة الحل مع ضرورة الانتباه الى المعادلة الأسية.

2. قم بحل المعادلة الآتية ($2^{3x-1} = 2^2$)، ويتطلب هذا السؤال من الطالب حل المعادلة الأسية وذلك بمساواة الأسس وحل

المعادلة الخطية الناتجة، مع ضرورة الانتباه الى حل المعادلة الخطية $3x-1 = 2$.

3. اذا كان $f(x) = x + 3$, $g(x) = \sqrt{x}$ أوجد كل من $f(g(x))$, $g(f(x))$ ، ويتطلب هذا السؤال

من الطالب تركيب الاقترانات الرياضية مع الانتباه إلى الجذر.

4. ارسم المعادلة $y = 2x + 1$ على الفترة $[-2, 2]$ ، ويتطلب هذا السؤال من الطالب القيام بتمثيل المعادلة المعطاة بيانياً.

خامساً: تحليل النتائج: تم تصحيح الاختبار النهائي لمساق "الرياضيات العامة" ومن ثم تحليل الإجابات؛ بهدف تحديد الأخطاء

المفاهيمية التي وقع بها الطلبة أثناء إجاباتهم، وتبويبها ضمن فئات رئيسية، ومن ثم قام الباحثون بحساب التكرار والنسبة المئوية،

لكل فئة من فئات المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة مقرر الرياضيات العامة، كل على حدة، وإجراء مقابلة مع بعض الطلبة

لمعرفة الأسباب التي أدت إلى وقوعهم في تلك الأخطاء.

نتائج الدراسة ومناقشتها:

للإجابة عن السؤال الدراسة الرئيس، ونصه: "ما المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة مقرر "الرياضيات العامة"، في جامعة

القدس المفتوحة في فلسطين؟" تم تصحيح الاختبار النهائي لمساق "الرياضيات العامة" ومن ثم تحليل الإجابات؛ بهدف تحديد

المفاهيم الرياضية الخاطئة، التي وقع بها الطلبة أثناء إجاباتهم، ومن ثم حساب التكرارات والنسب المئوية للمفاهيم الرياضية

الخاطئة، التي وقع بها الطلبة خلال الإجابة عن أسئلة الاختبار النهائي لمساق الرياضيات العامة، والجدول (1) الآتي، يوضح

التكرارات والنسب لكل نمط من أنماط المفاهيم الرياضية الخاطئة عند الطلبة:

جدول (1): التكرارات والنسب لكل نمط من أنماط المفاهيم الرياضية الخاطئة عند الطلبة

| النسبة المئوية | عدد الطلبة | المفهوم الخاطئ |
|----------------|------------|---------------------------------|
| 37% | 10 | التعويض بالأسس للعدد النيبيري e |
| 55% | 15 | استخدام النظير الجمعي للعدد |
| 59% | 16 | استخدام النظير الضربي للعدد |
| 74% | 20 | تركيب الاقترانات الرياضية |
| 66% | 18 | رسم المعادلة الخطية |

تشير النتائج الظاهرة من الجدول (1) إلى أن المفاهيم المرتبطة بجانب (تركيب الاقترانات الرياضية) قد جاءت كأكثر جوانب

المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى الطلبة، حيث بلغت نسبته (50%)، تلتها المفاهيم المرتبطة بجانب (رسم المعادلة الخطية)، بنسبة

مئوية بلغت (45%)، تلتها المفاهيم المرتبطة بجانب (استخدام النظير الضربي للعدد) بنسبة مئوية بلغت (40%)، تلتها المفاهيم

المرتبطة بجانب (استخدام النظير الجمعي للعدد) بنسبة مئوية بلغت (37.5%)، تلتها المفاهيم المرتبطة بجانب (التعويض بالأسس

للعدد النيبيري e)، بنسبة مئوية بلغت (25%).

ويفسر الباحثون، حصول الأخطاء في "تراكيب الاقترانات الرياضية" على أكثر نسبة مئوية من حيث الشيع بين الطلبة، لعدد من

العوامل منها: أن جانب تراكيب الاقترانات يتطلب إلمام الطالب بالكثير من الجوانب، مثل: الأسس الجبرية، العمليات على الأسس

والجذور، الأولويات الحسابية، ترتيب الاقترانات، هذا من جانب، ومن جانب آخر، يُعدّ موضوع تركيب الاقترانات من الجوانب

المتقدمة التي يتعلمها الطالب خلال سنوات المرحلة الثانوية، على عكس الجوانب أو الموضوعات الأخرى التي يتم التطرق إليها كثيراً في عدد من المراحل الدراسية لدى الطلبة (أساسية وثانوية) مما يؤدي إلى تمكن الطالب من تلك الجوانب بصورة أفضل، ويتفق هذا التفسير مع ما أشارت إليه نتائج دراسة موزانغوا وتشيفامبا (Muzangwa & Chifamba, 2012) إلى أن وجود المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى الطلبة، يكون سببها في العادة الفجوات المعرفية لدى الطلبة، خلال فترات التعليم السابقة، ويتفق هذا التفسير أيضاً، مع ما أشارت إليه دراسة شلش (Shalash, 2019) إلى أن المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى الطلبة، تتبع من نقص المعرفة الرياضية السابقة حول المفهوم، أو عدم قدرة الطلبة على ربط ما هو موجود بما هو جديد ومتجدد، أو إساءة تفسير مفاهيم جديدة تتناسب مع المعرفة السابقة، مما يسهم بالتالي في إيجاد حالة من الصعوبة أو التعقيد في تصحيح تلك المفاهيم الخاطئة أو دفع الطلبة نحو التخلي عن تلك المفاهيم الخاطئة، لأن هذه المفاهيم تكون في العادة متصلة بالخريطة الذهنية لديهم. وحتى يستطيع الباحثون تحديد أسباب وجود المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى الطلبة، قاموا بإجراء مقابلة مع ثلاثة طلبة من بين الطلبة الذين فشلوا في الإجابة بشكل صحيح على جميع الأسئلة من الأول إلى الرابع على التوالي؛ للوصول إلى طريقة تفكير الطلبة أثناء حل الأسئلة الرياضية الواردة في الاختبار والتي أسهمت في وجود المفاهيم الرياضية الخاطئة لديهم، وفيما يأتي توضيح لتلك الأخطاء:

أولاً: التعويض بالأسس للعدد النيبيري (e): حيث لم ينتبه الطلبة إلى العدد النيبيري (e) وقاموا بالتعويض كأساس لعدد (5000)، وفيما يأتي إحدى الإجابات عن هذا السؤال:

$$\begin{aligned} N_a &= N_0 e^{kt} \\ &= 5000^{0.06 \times 5} \\ &= 5000^{0.3} \end{aligned}$$

وبعد الاستفسار من الطالب خلال المقابلة (الملحق 1)، نستنتج بأنه لم يتعامل مع العدد النيبيري على أنه ثابت قيمته 2.72، بل تعامل معه على أنه عملية حسابية ترمز لإشارة القوة (مثل رمز ^ في الآلة الحاسبة) مما أسهم بالتالي بوجود خطأ في استخدام قوانين الأسس، حيث أن الأساس هنا للعدد النيبيري (e) وليس للعدد (5000).

ثانياً: استخدام النظير الجمعي للعدد: والمثال الآتي يوضح خطأ أحد الطلبة في استخدام النظير الجمعي للعدد:

$$\begin{aligned} 3x - 1 &= 2 \\ 3x &= -3 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

وبعد الاستفسار من الطالب خلال المقابلة (الملحق 1)، نستنتج بأنه لم يأخذ بعين الاعتبار عملية الطرح التي تسبق العدد (1) في الطرف الأيسر للمعادلة، ليصبح الناتج $x = -1$ ، وهذا يعكس خطأ في فهم النظير الجمعي للعدد السالب.

ثالثاً: استخدام النظير الضربي للعدد: والمثال الآتي يوضح خطأ أحد الطلبة في استخدام النظير الضربي للعدد:

$$3x - 1 = 2$$

$$3x = 3$$

$$x = 0$$

وبعد الاستفسار من الطالب خلال المقابلة (الملحق 1)، يتضح خطأ الطالب في اعتبار النظير الضربي للعدد (3) هو (-3) وتم

طرح العدد (3) من الطرف الأيمن، ليصبح ناتج المعادلة $x = 0$

رابعاً: تركيب الاقترانات الرياضية: وقد تنوعت أخطاء الطلبة في جانب تركيب الاقترانات الرياضية، وفيما يأتي توضيح لعينات من أخطاء الطلبة في هذا الجانب.

• خطأ في جمع المتغير مع الثابت في المقدار الجبري:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = \sqrt{x} + 3 = 4\sqrt{x}$$

• خطأ بعدم القدرة على التمييز بين تركيب الاقترانات و ضرب الاقترانات:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = \sqrt{x}(x + 3)$$

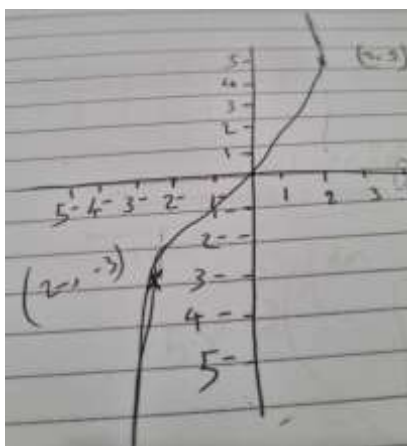
• خطأ بالتعويض، حيث أوجد الطالب $g(f(x))$ بدلاً من $f(g(x))$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = \sqrt{x + 3}$$

خامساً: رسم المعادلة الخطية: حيث أشارت إجابات الطلبة، إلى وجود أخطاء في مفهوم المعادلة الخطية، حيث ذهبت بعض

إجابات الطلبة نحو تمثيل المعادلة الخطية، على صورة (منحى المعادلة التكعيبية) وليس على صورة (خط مستقيم)، والشكل (1)

الآتي يوضح إحدى الإجابات عن هذا السؤال:



الشكل (1): إجابة أحد الطلبة عن سؤال تمثيل المعادلة الخطية

وبعد الاستفسار من الطالب خلال المقابلة (الملحق 1)، نستنتج أن الطالب قام بإيجاد صورة كل من طرفي الفترة بشكل صحيح، وكما قام بتعيين النقطتين على المستوى الديكارتي بشكل صحيح ولكنه أخطأ عندما قام برسم (منحى) بدلاً من قيامه برسم (خط مستقيم) يصل ما بين النقطتين، وهذا يدل على أن الطالب يفقد تحقيق هدفين أساسيين، الأول: أن المعادلة هي من الدرجة الأولى

(خطية)، والذي يكون تمثيلها من خلال رسم خط مستقيم، والثاني: أن المنحى الذي رسمه هو للاقتتان X^3 وليس للمعادلة الخطية المطلوبة من السؤال.

توصيات الدراسة ومقترحاتها:

على ضوء النتائج التي تم التوصل إليها يوصي الباحثون، بما يأتي:
أولاً: ضرورة الاهتمام بجانب المفاهيم الرياضية الخاطئة لدى الطلبة، على مختلف المستويات الدراسية (ابتدائية - أساسية - ثانوية - بكالوريوس - دراسات عليا)، لتأثيرها الكبير على نجاح تعلم الطلبة لمادة الرياضيات بصورة صحيحة.
ثانياً: ضرورة توفير برامج تعليمية لمعالجة المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة الجامعات؛ كمحاولة لإيجاد حلولاً لأي أخطاء تعليمية اكتسبها الطلبة خلال فترات التعليم السابقة.

ثالثاً: ضرورة تصميم أدوات ومقاييس لتشخيص المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى الطلبة الجامعيين.

رابعاً: ضرورة التركيز على الجوانب الرياضية التي تتضمن الكثير من المفاهيم والتعميمات الرياضية، مثل: موضوع تركيب الاقتترانات الرياضية، ورسم المعادلات الخطية.

خامساً: أما بالنسبة للباحثين في فلسطين والوطن العربي، يُمكن تقديم عدة مقترحات لإجراء البحوث الآتية:

- تشخيص الإجراءات الرياضية الخاطئة، لدى طلبة الرياضيات في فلسطين.
- مستوى استيعاب الطلبة الجامعيين، للمفاهيم الرياضية في فلسطين.
- تشخيص المفاهيم الرياضية الخاطئة، لدى طلبة الثانوية العامة (التوجيهي) في فلسطين.

المصادر والمراجع:

أبو سارة، عبدالرحمن، وياسين، صلاح. (2018). أثر استخدام ثلاثة برامج حاسوبية على التحصيل الدراسي لطلبة الصف العاشر الأساسي في الرياضيات في مديرية قباطية (دراسة مقارنة)، مجلة جامعة النجاح الوطنية للأبحاث - ب (العلوم الانسانية)، 6(32)، 1003-1023.

أبوزينة، فريد كامل. (2017). مناهج الرياضيات المدرسية وتدريبها. الطبعة الرابعة، عمان، الأردن: مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.
بارون، حسن بدر. (2019). فاعلية إستراتيجية بوسنر في تعديل التصورات البديلة للمفاهيم الرياضية لطلبة المرحلة المتوسطة في دولة الكويت. مجلة العلوم التربوية-كلية التربية بالغرندقة-جامعة جنوب الوادي، 2(4)، 241-276.

بدوي، رمضان مسعد. (2019). استراتيجيات في تعليم وتقييم تعلم الرياضيات. الطبعة الثانية، عمان، الأردن: دار الفكر.
التميمي، جاسم محمد. (2016). تعليم الرياضيات ومناهجها لمعلم الصف. الطبعة الأولى، عمان، الأردن: مركز الكتاب الأكاديمي.

جامعة القدس المفتوحة. (2022). وصف مقررات قسم الرياضيات، تاريخ الاطلاع: 8-6-2022، الرابط:
<https://www.qou.edu/ar/faculties/tas/math/index.jsp>

دويكات، لؤي. (2016). مدى فهم معلمي المرحلة الاساسية الدنيا للمفاهيم الرياضية في محافظة نابلس. رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة النجاح الوطنية، فلسطين.

الدويك، فداء. (2010). الأخطاء الشائعة في مفاهيم الكسور والعمليات عليها واستراتيجيات التفكير المصاحبة لهذه الأخطاء. رسالة ماجستير (غير منشورة)، جامعة بيرزيت، رام الله، فلسطين.

القضاة، أحمد حسن. (2008). تصنيف الأخطاء الشائعة في إجابات طلبة الصف الثاني الثانوي العلمي في مبحث الرياضيات للعام الدراسي 2007/2006 في الأردن. مجلة التربية- جامعة الأزهر، العدد(136)، 627-645.

المحمود، سليمان، وخصاونة، أمل، والبركات، علي. (2020). فاعلية التعلم القائم على تحليل الأخطاء الرياضية في القدرة على التبرير التناسبي. العلوم التربوية- جامعة القاهرة، 28(3)، 503-538.

موسى، عدنان، والزعبي، علي. (2019). فاعلية نموذج ستيبانز في تعديل الأخطاء المفاهيمية الرياضية لدى طلبة الصف العاشر الأساسي وفي تحسين مستوى مهارات ما وراء المعرفة. دراسات- العلوم التربوية، 46(1)، 1-17.

وزارة التربية والتعليم. (2012). نتائج ومؤشرات Timss 2011. وزارة التربية والتعليم، رام الله، فلسطين.

ياسين، صلاح الدين. (2008). نموذج لتدريس الرياضيات. جامعة النجاح الوطنية، نابلس، فلسطين.

اليونس، يونس محمد. (2004). تشخيص الأخطاء في خوارزميات حل أنظمة المعادلات لدى عينة مختارة من طلبة الصف العاشر في الأردن. المجلة التربوية، 18(71)، 81-114.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

- Abu Sarah, A., & Yaseen, S. (2018). The Impact of Using Three Computer Programs on the Academic Achievement of Tenth Grade Students in Math in Qabatia Directorate (Comparative Study) in Arabic. *An-Najah University Journal for Research-B (Humanities)*, 32(6), 1004-1032. <http://doi.org/10.13140/RG.2.2.23159.98720/1>
- Abu Zina, Farid Kamel. (2017). *School mathematics curricula and teaching (in Arabic)*. Fourth edition, Kuwait: Al Falah Library for Publishing and Distribution.
- Al-Quds Open University. (2022). *Description of Mathematics Department Courses (in Arabic)*. Date of Access: 8-6-2022, Link: <https://www.qou.edu/ar/faculties/tas/math/index.jsp>
- Al-Tamimi, Jassim Mohammed. (2016). *Teaching mathematics and its curricula to the classroom teacher*. First Edition, Amman, Jordan: Academic Book Center.
- Alyounes, Younes. (2004). Diagnosing Errors in the Algorithms of Solving Linear Equation Systems for Selected Sample of 10th Graders in Jordan (in Arabic). *Journal of Education*, 18(71), 81-114.
- Aqudatu, Ahmed Hassan. (2008). Classification of common errors in the answers of second year secondary science students in mathematics for the 2006/2007 academic year in Jordan (in Arabic). *Journal of Education - Al-Azhar University*, Issue (136), 627-645.
- Badawi, Ramadan Massad. (2019). *Strategies in Teaching and Assessment of learning Mathematics*. 2th Edition, Amman, Jordan: Dar Al-Fikr.
- Baron, Hassan Badr. (2019). The effectiveness of Posner's strategy in modifying alternative perceptions of mathematical concepts for middle school students in the State of Kuwait (in Arabic). *Journal of Educational Sciences - Faculty of Education in Hurghada - South Valley University*, 2(4), 241-276.
- Cetin, O. F. (2015). Students perceptions and development of conceptual understanding regarding trigonometry and trigonometric function. *Educational Research and Reviews*, 10(3), 338-350.
- Dweikat, Loai Nimer. (2016). *Lower primary stage teacher's level of understanding of mathematical concepts in Nablus governorate (in Arabic)*. Unpublished Master Thesis, An-Najah National University, Palestine.
- Dweik, Fida. (2010). *Common Errors in The Concepts of Fractions and Operations and The Thinking Strategies Associated With These Errors*. Unpublished Master Thesis, Birzeit University, Ramallah, Palestine.
- Mahmoud, Suleiman, Khasawneh, Amal, & Al-Barakat, Ali. (2020). The Effectiveness of Learning Based on Analyzing Mathematical Errors on Proportional Reasoning Ability and Metacognitive Thinking (in Arabic). *Educational Sciences - Cairo University*, 28(3), 503-538.

- Ministry of Education. (2012). Timss 2011 Results and Indicators (in Arabic). Ministry of Education, Ramallah, Palestine.
- Morales, Z. A. (2014). Analysis of students' misconceptions and error patterns in mathematics: The case of fractions. Florida International University, USA.
- Muzangwa, J., & Chifamba, P. (2012). Analysis of Errors and Misconceptions in the Learning of Calculus by Undergraduate Students. *Acta Didactica Napocensia*, 5(2), 1-10.
- Yassin, Salah. (2008). A model for teaching mathematics (in Arabic). An-Najah National University, Nablus, Palestine.
- Shalash, B. M. (2019). Students 'Misconceptions and Mistakes in General Mathematics Course Among Al-Quds Open University Students.