

استخدام نماذج ARFIMA في التنبؤ بمؤشر منظمة الأغذية والزراعة

د. شادي اسماعيل التلباني^{1*}، أ. محمد فايق الصوص²

¹قسم الاحصاء، كلية الاقتصاد والعلوم الادارية، جامعة الأزهر، قطاع غزة، فلسطين

²ماجستير احصاء، قطاع غزة، فلسطين

تاريخ الإرسال (2015/02/18)، تاريخ قبول النشر (2015/04/26)

المخلص

تناولنا في هذا البحث استخدام نماذج ARFIMA في التنبؤ بمؤشر منظمة الأغذية والزراعة، وتم تحديد قيمة معلمة التفاضل الكسري (d) لنموذج ARFIMA(p,d,q)، باستخدام ثلاث طرق تقدير، حيث تفوقت طريقة (Reisen (1994 أو dSperio على طريقة تحليل R/S وأيضاً على طريقة GPH في بناء نموذج ARFIMA(p,d,q) المطلوب للتنبؤ بمؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI). وأشارت النتائج الاحصائية أن النموذج الأمثل لتمثيل بيانات سلسلة (FPI) هو ARFIMA(2,0.418,2)؛ بقيمة فروق كسرية (d=0.418)، وقد نجح في تجاوز كل الفحوص والاختبارات الاحصائية اللازمة. وبالاعتماد عليه في التنبؤ بالقيم المستقبلية لسلسلة (FPI)، أشارت التنبؤات إلى ارتفاع أسعار الأغذية الأساسية (FPI) في الفترة الزمنية موضع البحث والمتمثلة من يونيو/2014 حتى ديسمبر/2014.

كلمات مفتاحية: السلاسل الزمنية، التنبؤ، مؤشر منظمة الاغذية والزراعة، الذاكرة الطويلة، أرفيما.

Using ARFIMA Models in Forecasting Indicator of the Food and Agriculture Organization

Abstract

In this study, we investigated the use of ARFIMA models in predicting indicator of Food and Agriculture Organization, and determine the value of the fractional difference parameter (d) for ARFIMA model, using three estimating methods, where Reisen (1994) or dSperio outperformed on the other two methods, R / S analysis and GPH, to obtain the ARFIMA model required for predicting the (FPI). Statistical results also indicated that the most appropriate model to represent the data series of (FPI) is ARFIMA(2,0.418,2), with a value of fractional difference (d = 0.418), which has succeeded in all necessary statistical tests. Using the ARFIMA(2,0.418,2) model to predict future values for (FPI) series; the results indicated to a rise in the prices during the period June/2014 to December/2014.

Keywords: Time Series, Forecasting, Indicator of Food and Agriculture Organization, Long Memory, ARFIMA.

* البريد الالكتروني للباحث المرسل: shadytelbany@yahoo.com

المقدمة:

تقدّر التنبؤات ارتفاع في عدد سكان العالم إلى 9 مليارات نسمة بحلول 2050 (الفاو، 2014). وحدث نمو سكاني في المناطق التي تعتمد اعتماداً كبيراً على قطاع الزراعة ينتج عنه ارتفاع في معدلات انعدام الأمن الغذائي، لاشك أن نمو قطاع الزراعة هو أحد أهم الوسائل الفعالة للحد من الفقر وتحقيق الأمن الغذائي، وإن الأمر بحاجة إلى نهج مبتكرة في قطاع الزراعة من أجل زيادة الإنتاجية، ولن يحدث ذلك إلا من خلال قراءة المستقبل قراءة واقعية مبنية على أسس علمية متقنة من قبل المتخصصين ومتخذي القرارات وصناع السياسات، ولأن تحقيق الأمن الغذائي للجميع هو عنصر محوري في جهود منظمة الأغذية والزراعة (الفاو) - (FAO) Food and Agriculture Organization - بغية تمكين بني البشر من الحصول دائماً على ما يكفيهم من الأغذية الجيدة، من هنا جاءت مهمة منظمة (FAO) في النهوض بمستويات التغذية، لذلك يمكن لصناع السياسات ومتخذي القرارات المصيرية الاعتماد على مؤشر (FAO) لأسعار المواد الغذائية الأساسية (FPI) Food Prices Index لبناء الخطط والاستراتيجيات المناسبة التي تجنب العالم في الوقوع بمشكلة الفقر أو انعدام الأمن الغذائي في المستقبل (الفاو، 2014). ومن أهم النماذج الحديثة المستخدمة في تحليل السلاسل الزمنية والذي سيتم استخدامه في هذا البحث، ما يعرف بنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average, ARFIMA(p, d, q).

إن عمليات الذاكرة الطويلة من خلال أسلوب ARFIMA، قد اجتذبت الكثير من الاهتمام في الآونة الأخيرة في كل من الأدب النظري والتجريبي، وجاءت نماذج $ARFIMA(p, d, q)$ كأسلوب جديد يساهم في تحليل السلسلة الزمنية والتعرف على نوعية الذاكرة الخاصة بها، ومن ثم بناء نموذج إحصائي دقيق في تنبؤاته المستقبلية.

مشكلة البحث:

تحتاج دول العالم إلى تنبؤات دقيقة لسعر السلع الأساسية العالمية؛ لتبني من خلالها استراتيجياتها وسياساتها الاقتصادية والسياسية لكي تواكب الزيادة المطردة في عدد السكان، لذا تتمحور مشكلة الدراسة في التساؤل الرئيسي التالي: ما هو النموذج الأمثل من نماذج ARFIMA للتنبؤ بمؤشر أسعار الأغذية الأساسية العالمية (FPI) التابع للأمم المتحدة؟

أهداف البحث:

1. فحص نوعية الذاكرة من حيث كونها قصيرة المدى أو طويلة المدى لسلسلة مؤشر أسعار الأغذية الأساسية العالمية (FPI) التي تعبر عن المتوسط المرجح لمؤشرات (FAO).
2. اختيار النموذج الأفضل من بين نماذج ARFIMA للتنبؤ بمؤشرات منظمة الأغذية والزراعة (FAO) لأسعار الغذاء المتمثل في السلسلة (FPI).
3. معرفة القيم التنبؤية لمؤشرات (FAO) الخاصة بأسعار السلع الأساسية للأغذية من خلال دراسة وتحليل مؤشر أسعار الأغذية الأساسية العالمية (FPI) التابع للأمم المتحدة.

مصدر البيانات:

تم الاعتماد في هذه البحث على البيانات المتاحة من قبل منظمة الأغذية والزراعة التابعة للأمم المتحدة (FAO)، حيث تم استخدام بيانات السلسلة الزمنية الحقيقية لمؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI) من شهر يناير 1990م حتى مايو 2014م، والذي يُعبر عن المتوسط المرجح لأسعار خمس سلع أساسية وهي أسعار: اللحوم، منتجات الألبان، الحبوب، الزيوت والدهون، والسكر.

الدراسات السابقة:

هناك العديد من البحوث والدراسات التي تناولت موضوع البحث سوف نعرض منها ما يلي:

(ساهد ومكيديش، 2014): تناولت هذه الدراسة استخدام نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA للتنبؤ بأسعار البترول، ونظراً لأهمية البالغة التي تكتسبها أسعار البترول في تحقيق برامج التنمية الاقتصادية بالنسبة لجميع الدول سواء المصدرة أو المستوردة،

النيجيرية: باستخدام طريقة التكامل الكسري، من خلال دراسة الهيكل العشوائي لسلسلة $Daily Average (DAT)$ $Temperature$ ، وقد تم تحليلها باستخدام عمليات التكامل الكسرية $(Fractionally Integrated Processes)$ ، حيث من خلال تنفيذ الطريقة المقترحة من قبل $Geweke and Porter- (1983)$ $Hudak$ لاختبار وتقدير d تحت الافتراضات القليلة المتعلقة بالكثافة الطيفية للسلاسل الزمنية، وقد تم تقدير معلمة هورست H (Hurst exponent) التي من خلالها تم إثبات أن سلسلة درجة الحرارة لمدينة سوكونو تتمتع بخاصية الذاكرة الطويلة، وأخيراً تم أخذ الفروق الكسرية للسلسلة الزمنية (DAT) وعلى غرار منهجية بوكس جينكنز تم التوصل للنموذج الصحيح لمتوسط درجة الحرارة اليومية حيث تم العثور على اثنين من النماذج لتكون أكثر ملائمة لوصف وشرح والتنبؤ بدرجة الحرارة وهما:

$ARFIMA (1, 0.6238841, 3)$ و $ARFIMA (1, 0.6238841, 3)$ ولكن من خلال التحقق من دقة التنبؤ تم اختيار النموذج $ARFIMA (1, 0.6238841, 3)$ ليكون النموذج الأمثل الذي سوف يتم الاعتماد عليه لتوقع درجة الحرارة في مدينة سوكونو.

(Kurita, 2010): تم دراسة نموذج للتنبؤ بمعدل البطالة في اليابان، واستخدم الباحث نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية $(ARFIMA)$ لبيانات السلسلة الزمنية الخاصة بمعدل البطالة باليابان، انطلاقاً من طبيعة السلسلة الاقتصادية، ورأى أن نموذج $(ARFIMA)$ مثل البيانات تمثيلاً مرضياً، واستنتج أن هذا النموذج يعتبر مفيداً بشكل كبير للتنبؤ في هذا المجال.

(Erfani and Samimi, 2009): اعتمدت هذه الدراسة التنبؤ لحالة الذاكرة طويلة المدى لمؤشر أسعار الأسهم باستخدام الفروق الكسرية لنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة، بعد التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة لمؤشر أسعار الأسهم $(TSIP)$ وتوفيق نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية $(ARFIMA)$ وذلك باستخدام 970 قراءة من البيانات اليومية خلال الفترة الزمنية 26 مارس 2003 إلى 8 يوليو 2007 من بورصة طهران.

وحيث أن البترول يعتبر محرك للاقتصاد الجزائري، جاءت أهمية الدراسة من خلال نمذجة أسعار البترول باستخدام نماذج ذات الذاكرة الطويلة $(ARFIMA)$ للتنبؤ بأسعار البترول خلال الـ 12 شهر القادمة ابتداءً من يناير حتى ديسمبر 2014، وقد كان نموذج $ARFIMA(1,0.465,0)$ ملائماً لتمثيل السلسلة الزمنية وكذلك للتنبؤ بأسعار البترول.

(Karia et al., 2012): استخدمت الدراسة التكامل الكسري لنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة للتنبؤ بأسعار زيت النخيل الخام، حيث أوضح كاريا وآخرون في هذه البحث المقارنة بين نموذج $(ARFIMA)$ ونموذج $(ARIMA)$ للتنبؤ بأسعار زيت النخيل الخام $(Oil Crude Palm (CPO))$ في ماليزيا التي تتميز بسلسلتها الزمنية بخاصية الذاكرة طويلة المدى، وذلك من خلال تقييم النموذجين باستخدام بعض مقاييس الدقة الاحصائية مثل، جذر متوسط مربعات الخطأ $(RMSE)$ ، متوسط مربعات الخطأ (MSE) ، متوسط الانحرافات المطلق (MAD) ، متوسط الأخطاء النسبية المطلقة $(MAPE)$ ، معامل التحديد (R^2) ومؤشر الانتشار (SI) . الاستنتاج العام التي تم استخلاصه من هذه البحث تتمثل في كفاءة نموذج $ARFIMA$ في التنبؤ على أداء نموذج $ARIMA$.

(Mostafaei and Sakhabakhsh, 2011): تناولت هذه الدراسة تصميم نموذج للتنبؤ بأسعار نفط أوبك باستخدام نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية، حيث اختبر الباحثان أسلوب $Detrended Fluctuation Analysis (DFA)$ لدراسة الذاكرة طويلة المدى $(Long memory)$ لسلسلة أسعار النفط لأوبك الأسبوعية (خلال الفترة الزمنية 3 يناير 1997 حتى 11 يونيو 2010)، وقد أثبتت الأدلة على وجود ذاكرة قوية نسبياً على المدى الطويل لهذه السلسلة. وقد تم اختيار نموذج $ARFIMA (p,d,q)$ الذي يقدر تلقائياً باستخدام خوارزمية $Khandakar-Hyndman$ لتحديد p و q وخوارزمية $Haslett$ و $Raftery$ لتقدير المعلمات بما في ذلك d . وكان أفضل نموذج هو $ARFIMA(2,0.34,3)$ الذي تم استخدامه للتنبؤ بأسعار النفط في أوبك حتى نهاية عام 2013.

(Ibrahim et al., 2011): في هذا البحث تم تصميم نموذج لمتوسط درجات الحرارة اليومية لمدينة سوكونو $(Sokoto)$

بشكل عام، يمكن القول بأن وجود عمليات الذاكرة الطويلة تعني ضمناً أن العملية مكونة من الكثير من الارتباطات الزمنية (Baillie, 1996:21).

وعلى عكس هذا الموقف عندما تكون:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n |\rho_i| = k$$

في هذه الحالة، نستطيع القول أن العملية تتميز بخاصية الذاكرة القصيرة (Sowell, 1992b:279).

هناك العديد من الأشكال البيانية والاختبارات الإحصائية التي تستخدم للتحقق من خاصية الذاكرة الطويلة، كما يلي:

أولاً: التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة باستخدام الأشكال البيانية: هناك العديد من الأشكال البيانية التي من خلالها تعطي مؤشراً لوجود الذاكرة الطويلة ومنها: رسم دالة الارتباط الذاتي (ACF Plot)، رسم R/S (R/S Plot)، رسم التباين (Variance Plot)، رسم Variogram (Variogram Plot)، رسم دالة الكثافة الطيفية (Spectral Density Function Plot).

ثانياً: التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة باستخدام الاختبارات الإحصائية: يعتبر معامل هورست (Hurst exponent) والذي يرمز له عادة بالرمز (H) مقياساً للذاكرة طويلة الأمد للسلاسل الزمنية، وذلك من خلال ما يتعلق بالارتباطات الذاتية للسلسلة الزمنية، ويأخذ هذا المعامل العديد من المسميات كما جاءت في أغلب الدراسات مثل: معلمة التشابه الذاتي (self – similarity) أو شدة الاعتمادية طويلة المدى (Long-Range Dependence LRD) في السلسلة الزمنية، ولقد تم اقتراح العديد من المقدرات لمعامل هورست لتحليل (LRD) في السلاسل الزمنية من خلال عدة دراسات نذكر منها: (Sheng et al., 2011:209)، (Sun, et al., 2007)، (Taqqu, et al., 1995: 785)، و (Chen et al., 2010: 197) وتعتبر هذه الأساليب مفيدة كأدوات تشخيص بسيطة لقياس (LRD) للسلاسل الزمنية.

2. نموذج ARFIMA:

يمكن اعتبار نموذج ARFIMA امتداداً لنموذج ARIMA عندما تأخذ d قيمة غير صحيحة، بما يسمح بتحقيق خاصية الذاكرة الطويلة في حدود $0 < d < 0.5$.

علاوة على ذلك، تم مقارنة نتائج التنبؤ لنموذج ARFIMA ونموذج ARIMA، وقد أظهرت النتائج أن السلسلة الزمنية لها خاصية الذاكرة الطويلة، وبالتالي يمكن أن تصبح ثابتة مع الفروق الكسرية، بعد معالجة الفروق الكسرية وتحديد معاملات الانحدار الذاتي ومعلمات المتوسطات المتحركة تم تحديد نموذج ARFIMA(2,0.4767,18) ونموذج ARIMA(4,1,15)، حيث تم تقدير المعلمات للنموذج باستخدام 900 من بيانات السلسلة، استخدمت هذه التقديرات في توقع 70 من البيانات المستقبلية، وبعد مقارنة نتائج التنبؤ لكل من النموذجين استنتج الباحثان أن ARFIMA هو النموذج الأفضل بشكل كبير في هذا المجال.

الجانب النظري:

يعتبر أسلوب تحليل السلاسل الزمنية من الأساليب الإحصائية الهامة في التنبؤ، وقد تم استخدام هذا الأسلوب في كثير من التطبيقات التجارية والاقتصادية، وجاءت نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية $ARFIMA(p, d, q)$ وهي عمليات استخدمت على نطاق واسع في عدة مجالات من العلوم المختلفة. من خلال تمثيلها لسلاسل زمنية تتميز بخاصية الذاكرة طويلة المدى، كأسلوب جديد يساهم في تحليل السلسلة الزمنية والتعرف على نوعية الذاكرة الخاصة بها، ومن ثم بناء نموذج احصائي دقيق في تنبؤاته المستقبلية، خاصة في حال فشلت الأساليب التقليدية مثل أسلوب (ARIMA) في التوصل لنموذج يتمتع بموثوقية عالية، أو فشل النموذج في تجاوز الاختبارات والفحوص اللازمة للفروض الإحصائية.

1. التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة:

للتعرف على مفهوم الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية الحقيقية وحيدة المتغير، نفرض أن X_t هي عملية زمنية متقطعة بمعامل ارتباط ρ_j على الفجوات j ، لذلك يمكن القول أن العملية تحتوي على ذاكرة طويلة إذا كان:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n |\rho_i| = \infty$$

حيث القيم المطلقة للارتباطات تكون غير تجميعية (non-summable).

تعريف $ARFIMA$: يعبر عن النموذج النمطي $ARFIMA(p, d, q)$ على النحو التالي:

$$\Phi(L)(1-L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \quad \dots \dots \dots (1)$$

حيث:

$$\Theta(L) = \sum_{j=0}^q (-\theta_j) L^j \text{ و } \Phi(L) = \sum_{i=0}^p (-\phi_i) L^i$$

يمثلان على التوالي كثيري الحدود في L للجزأين $AR(p)$ و $MA(q)$ للنموذج من الدرجة p و q على الترتيب، ويعتبر L معامل الازاحة للخلف حيث $LX_t = X_{t-1}$.

$\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ تسمى عملية فروق كسرية عندما تعبر d عن معامل فروق كسري وتكون منعكسة وثابتة في حال كانت جذور كل من $\Phi(L)$ و $\Theta(L)$ تقع خارج دائرة الوحدة، و $|d| < \frac{1}{2}$.

$\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$: عملية الضجة البيضاء (White Noise)، حيث أن:

$$V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 \text{ و } E(\varepsilon_t) = 0 ; \varepsilon_t \sim i.i.d. (0, \sigma_\varepsilon^2)$$

d : يمثل معامل التفاضل الكسري و $d \in \mathbb{R}$ ، والذي يمكن حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-L)^k = \sum_{k=0}^{\infty} b_k L^k \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$b_0 = 1, b_1 = -d, b_2 = \frac{1}{2}d(1-d),$$

$$b_j = \frac{1}{j}b_{j-1}(j-1-d), j \geq 3$$

إذا كان $|d| < \frac{1}{2}$ فإن $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k}^2 < \infty$ وتُعرف العملية في المعادلة (2) بأنها عملية ساكنة، ولقيم $d > -\frac{1}{2}$ تكون العملية $(1-L)^d$ منعكسة (invertible) (John and Victoria, 2001:21). بإمكاننا تعريف $U_t = (1-L)^d X_t$ بحيث تعبر $\{U_t\}$ عن عملية $ARMA(p, q)$ ، يمكن دراسة الخصائص بافتراض حالة النموذج على الشكل $ARFIMA(0, d, 0)$ حيث

تعرف دالة الارتباط الذاتي لها كما يلي: $\rho(k) = \gamma(k)/\gamma(0)$

$$\rho(k) = \frac{\Gamma(k+d)\Gamma(1-d)}{\Gamma(k+d+1)\Gamma(d)}$$

والتي تكتب بالصيغة التقريبية التالية:

$$\rho(k) \sim \frac{\Gamma(1-d)}{\Gamma(d)} k^{2d-1}$$

جديراً بالذكر، إن عملية $ARFIMA(p, d, q)$ تتميز بالذاكرة الطويلة عندما $d \in (0.0, 0.5)$ والذاكرة المتوسطة عندما

$d \in (-0.5, 0.0)$ ، والذاكرة القصيرة عندما $d = 0$ ، وتعرف دالة الكثافة الطيفية $f_X(\omega)$ لها كالتالي:

$$f_X(\omega) = f_U(\omega) \left(2 \sin\left(\frac{\omega}{2}\right)\right)^{-2d}, \omega \in [-\pi, \pi], \dots \dots \dots (3)$$

حيث:

$f_U(\omega)$ تمثل دالة الكثافة الطيفية للعملية $\{U_t\}$.

كما يمكن ملاحظة أن $f_X(\omega) \simeq \omega^{-2d}$ عندما $\omega \rightarrow 0$.

3. طرق تقدير نماذج ARFIMA:

بالانتقال إلى طرق تقدير نماذج ARFIMA فقد تم اقتراح العديد من هذه الطرق في الكثير من دراسات وأدبيات السلاسل الزمنية، ونذكر منها ما يلي: (Baillie, 1996:27)، (Beran, 1994:116)، (Ooms and Doornik, 1999) و (Baillie et al., 1996:3) والغالبية منهم أوضح أنه يمكن التمييز بين طريقتين لتقدير نماذج ARFIMA:

أ. الطرق بمرحلة واحدة (طرق الإمكان الأكبر): تعتبر طرق المرحلة الواحدة (الإمكان الأكبر) من بين أكثر الطرق فعالية لتقدير معلمة الذاكرة الطويلة d ، والتي يتم فيها تقدير معامل التفاضل الكسري d بالموازاة مع معلمات ARMA للنموذج ARFIMA وتتطلب هذه الطرق أن تكون السلسلة الزمنية مستقرة أو أن يتم تحويلها إلى سلسلة مستقرة، حيث تسمح باستخدام كل المعلومات الطويلة الأجل والقصيرة الأجل المرتبطة بتصرف السلسلة الزمنية، لأن في هذه الطريق يتم التقدير في نفس الوقت لمعاملات الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة ومعامل التفاضل الكسري.

ب. الطرق بمرحلتين: في هذه الطرق يتم في المرحلة الأولى تقدير معلمة التفاضل الكسري d ، وفي المرحلة الثانية يتم التقدير بالاعتماد على الطرق التقليدية للسلاسل الزمنية، معلمات الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة لنموذج $ARMA(p, q)$ للسلسلة المحولة.

4. طرق تقدير d:

فيما يلي نستعرض ثلاث طرق منها والتي تم استخدامها في الجانب التطبيقي للبحث:

عندما يرتفع الخطأ ويكون النموذج *persistence*، حيث تكون الارتباطات قوية كلما اقتربت قيمة H من الواحد.

- إذا كان $0 < H < \frac{1}{2}$ يكون $-\frac{1}{2} < d < 0$: يكون النموذج *antipersistent*، فترات ارتفاع تتبعها فترات انخفاض. (شكوري، 2011-2012: 128).

كذلك يمكن اعتبار هذه الطريقة وهي طريقة شبه معلمية من الطرق المستخدمة في تقدير معلمة التفاضل الكسري d ، كما جاء في (Sun, 2012:293) و (Rust, 2007:67).

2- طريقة (GPH): Periodogram Estimator ($\hat{d}_p$) يرمز اليه بالرمز $\hat{d}_p$ ، وقد اقترح من قبل (Geweke and Porter-Hudak, 1983: 223) حيث استخدم دالة $I(\omega)$ periodogram كتقدير لدالة الكثافة الطيفية المعبر عنها في المعادلة (3)، وتعتبر طريقة (GPH) (Geweke and Porter - Hudak (1983) من بين أكثر الطرق استعمالاً لتقدير واختبار معلمة التفاضل الكسري للنموذج ARFIMA، وحيث تبين هذه الطريقة أنه من أجل تكرار يقترب من الصفر، يمكن تقدير (d) بالاعتماد على الانحدار الخطي المقدم من خلال المعادلة التالية:

$$y_j = a - dz_j + e_j, j = 1, \dots, m \quad \dots \quad (4)$$

حيث:

$$m = g(n) = n^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1$$

$g(n)$ وتعتبر دالة في حجم العينة n وتمثل عدد من مشاهدات السلسلة الزمنية في معادلة الانحدار، وتكون:

$$y_j = \ln I_n(\omega_j)$$

$$z_j = \ln \left((2 \sin(\omega_j/2))^2 \right)$$

$$e_j = \ln \frac{I_n(\omega_j)}{f(\omega_j)}$$

$$a = \ln f_u(0)$$

ويتم تقدير المعلمة d بطريقة المربعات الصغرى (OLS)، ويعطى $\hat{d}$ بالعلاقة التالية:

$$\hat{d} = - \left[\sum_{j=1}^m (z_j - \bar{z})^2 \right]^{-1} \left[\sum_{j=1}^m (z_j - \bar{z})(y_j - \bar{y}) \right]$$

$$\bar{z} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_j$$

1- طريقة R/S: أدخل (Hurst, 1951:771) إحصائية تسمح باكتشاف وجود ظاهرة الذاكرة الطويلة (ارتباطات في المدى الطويل)، تسمى هذه الإحصائية بتحليل R/S، التي من خلالها يمكن حساب معامل يسمى بمعامل هورست (Hurst exponent) والذي يسمح بترتيب السلاسل الزمنية بدلالة طبيعة ذاكرته، تعرف الإحصائية R/S على أنها المدى (R) للمجاميع الجزئية للانحرافات لسلسلة زمنية عن المتوسط مقسوماً عن انحرافها المعياري (S_T)، فإذا كانت السلسلة الزمنية X_t حيث: $t = 1 \dots T$ ، والمتوسط $\bar{X}_t$ ، فإن الإحصائية R/S والتي يرمز لها بـ Q_T تكتب على النحو التالي:

$$Q_T = \frac{R}{S_T} = \frac{1}{\left[\frac{1}{T} \sum_{j=1}^T (X_j - \bar{X}_T)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \times \left[\max_{1 \leq k \leq T} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_T) - \min_{1 \leq k \leq T} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_T) \right]$$

يسمح تحليل R/S بحساب معامل يسمى بمعامل هورست (H) حيث $0 < H < 1$ ، والذي يعرف بالنسبة بين لوغاريتم قيمة الإحصائية R/S ولوغاريتم عدد المشاهدات T :

$$H \approx \frac{\log Q_T}{\log T}$$

وقد بين (Hosking, 1981:169) و (Lo, 1991:1285) وجود علاقة قوية بين معامل التفاضل الكسري (d) لنماذج ARFIMA ومعامل هورست H حيث: $d = H - \frac{1}{2}$ ، وهذا ما يسمح بتصنيف السلاسل الزمنية بدلالة قيم المعامل (d) وهذا حسب تغير قيم المعامل (H) كما يلي:

- إذا كان $H = \frac{1}{2}$ يكون $d = 0$: لا يوجد ارتباط بين الأحداث الماضية والحاضرة، فالسلسلة لا تمثل أي ارتباط في المدى الطويل، يصبح النموذج ARFIMA نموذج ARMA عادي.

- إذا كان $\frac{1}{2} < H < 1$ يكون $0 < d < \frac{1}{2}$: يكون النموذج ARFIMA نموذجاً مستقراً بذاكرة طويلة، وتكون الارتباطات الذاتية موجبة وتتخفف بتناقص (Hyperbolically) باتجاه الصفر

وقد بين (Geweke and Porter – Hudak, 1983) أنه عندما يكون $-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$ ، يكون توزيع المقدّر $\hat{d}$ يتجه نحو التوزيع الطبيعي عندما $n \rightarrow \infty$.

3- طريقة dSperio : Smoothed Periodogram Estimator ($\hat{d}_{sp}$) Brockwell and (Davis, 1991: 273)، أن دالة الـ periodogram تعتبر مقدار غير متنسّق (inconsistent) لدالة الكثافة الطيفية، اقترح (Reisen, 1994: 336) استخدام مقدار متنسّق وهو النسخة الممهدة من دالة الـ periodogram.

بدايةً يجب تعرّف دالة الـ periodogram $I(\cdot)$ كالتالي:

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left(\hat{Y}X(0) + 2 \sum_{l=1}^{n-1} \hat{Y}X(l) \cos(l\omega) \right)$$

حيث أن:

$$\hat{Y}X(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x}), k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$$

هي دالة تغاير العينة للعملية X_t المعرفة في المعادلة (1).

يرمز لهذا المقدّر بالرمز $\hat{d}_{sp}$ ، وبشكل أكثر تحديداً، يتم الحصول على مقدار الانحدار هذا بواسطة دالة الـ periodogram الممهدة (By the smoothed periodogram function with the Parzen lag window) مع نافذة تأخر Parzen التي يرمز لها بالرمز $I_s(\cdot)$ بدلا عن دالة الكثافة الطيفية المعرفة في (3). وتعرف كما يلي:

$$I_s(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{j=-v}^v \kappa\left(\frac{j}{v}\right) \hat{Y}X(j) \cos(j\omega) \dots \dots (5)$$

حيث $\kappa(\cdot)$ هي تأخر نافذة Parzen وتقدم كالتالي:

$$\kappa(u) = \begin{cases} 1 - 6u^2 + 6|u|^3, & \text{if } |u| \leq \frac{1}{2}, \\ 2(1 - |u|)^3, & \text{if } \frac{1}{2} < |u| \leq 1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (6)$$

حيث يتم الحصول على هذا المقدّر من خلال تطبيق طريقة المربعات الصغرى (OSL) التي تصغر دالة الخسارة للبقاقي

كالآتي:
 $v = n^\beta, 0 < \beta < 1$
وغالباً ما تأخذ β القيمة 0.9 ، حيث تم التحقيق من الاختيار المناسب لـ α, β من قبل كل من (Geweke, and Porter-) (Hudak, 1983: 227) و (Reisen, 1994: 340).

5. اختبارات الاستقرار (اختبارات جذور الوحدة) Unit Roots Tests

استقرار السلاسل الزمنية من المواضيع المهمة في كثير من التطبيقات التي تعتمد بيانات زمنية مثل الاقتصادية والمالية، حيث إن الاستدلال للمتغيرات غير المستقرة يعطي نتائج مضللة، إذ تكون العلاقة بين المتغيرات غير المستقرة ليست حقيقة وإنما مضللة وهذا ما يسمى بالانحدار الزائف أو المضلل (Spurious Regression). هناك العديد من الطرق الإحصائية المستخدمة لاختبار الاستقرار وسوف نكتفي باستخدام اثنين فقط منها بالجانب التطبيقي: اختبار ديكي – فولار الموسع (Augmented ADF) Dickey-Fuller Test، واختبار فيليب وبيرون (Phillips and Perron Test).

6. مراحل بناء نموذج ARFIMA (Model Building Steps):

أصبح من المعروف لدى الإحصائيين والمتخصصين بمجال دراسة السلاسل الزمنية الحديثة أنه عند بناء أي نموذج يجب أن يمر بعدة مراحل معينة، وفي هذا القسم من البحث نعرض هذه المراحل وهي التي تم استخدامها بالجزء العملي للبحث.

1- مرحلة التعرف والتقدير (Identification and Estimation):

لتحديد وتقدير نموذج $ARFIMA(p, d, q)$ ولاستخدام تقنيات الانحدار يوجد عدة خطوات ضرورية للحصول على نموذج ARFIMA لمجموعة من بيانات السلاسل الزمنية

اختبار احصاء بوكس- بيرس المعدل، وأخيراً فحص نموذج الفروق الأولى للبواقي (شعراوي، 2005: 312)، وقد تم بالفعل استخدام كل تلك الاختبارات والفحوص التشخيصية في إطار التحليل العملي للبحث.

3- مرحلة التنبؤ (The Prediction):

التنبؤ هو المرحلة الأخيرة من مراحل التحليل الحديث للسلاسل الزمنية وأنه لا يمكن الانتقال إلي هذه المرحلة إلا بعد الانتهاء من اجراء جميع الفحوص والاختبارات الإحصائية الضرورية لتشخيص النموذج الذي تم اختياره، حيث تمثل هذه المرحلة التطبيق العملي للنموذج المقترح من خلال الحصول على القيم المتوقعة للسلسلة محل البحث (بري، 2002: 74).

7. معايير التقييم (Evaluation Criteria):

إن اختيار النموذج الأفضل ليست بالمهمة البسيطة لذا فقد وضعت عدة معايير لمقارنة النماذج واختيار رتبها والتي تم استخدامها في التحليل العملي لهذا البحث، ولمزيداً من العلم فإن هناك العديد من الدراسات في هذا المجال تأخذ معياراً واحداً للمفاضلة بين النماذج المبدئية للحصول على النموذج الأمثل ومن هذه المعايير معيار معلومة اكيائي Akaike Information Criterion (AIC) ومعيار معلومة بيز Bayesian (BIC) Information Criterion. المعايير الإحصائية AIC، BIC، RMSE لها استخدامات مختلفة، حيث أن AIC، BIC يستخدمان لمقارنة النماذج من حيث التقدير، بينما المعيار RMSE يستخدم لمقارنة النماذج من حيث التنبؤ، وبصفة عامة يمتاز هذا المقياس عن غيره بسهولة خصائصه الإحصائية، إن جذر متوسط مربعات الأخطاء (The Root of Mean Squared Error (RMSE) يعتبر من أهم المعايير التي تقيس دقة التنبؤ للنماذج، حيث تعتبر من أهم المراحل في تقييم النماذج لأغراض التنبؤات المستقبلية وهذا بالتحديد ما نسعى لتحقيقه من خلال الجانب التطبيقي لهذه الدراسة.

الجانب التطبيقي:

فيما يلي الإطار العملي للبحث حيث يحتوي على كافة المجرىات العملية لتحليل السلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأغذية

(Hosking, 1981: 175) و (Brockwell and Davis, 1991: 292) وهي كما يلي:
بفرض أن العملية $\{X_t\}$ كما هي معرفة في معادلة (1).

حيث أن:

$$U_t = (1 - B)^d X_t \quad \text{حيث } \{U_t\} \text{ تعبر عن عملية } ARMA(p, q)$$

وكذلك $Y_t = \frac{\Phi(B)}{\Theta(B)} X_t$ تعبر عن عملية $ARFIMA(0, d, 0)$.

وكما جاء في العديد من الدراسات مثل (Reisen et al., 2001: 793) عن آلية مرحلة التعرف والتقدير عند بناء نموذج ARFIMA كالتالي:

1. تقدير d في نموذج $ARIMA(p, d, q)$ ، ويرمز لهذا التقدير بالرمز $\hat{d}$.

$$2. \text{ حساب } \hat{U}_t = (1 - B)^{\hat{d}} X_t$$

استخدام منهجية بوكس- جينكنز، وبالرجوع الي (Box. and Jenkins. 1976)

(معيار AIC أو Akaike. 1973b: 258) لتعريف وتقدير المعالم Φ و Θ من خلال عملية $ARMA(p, q)$ فتكون

$$\Phi(B)\hat{U}_t = \Theta(B)\epsilon_t$$

$$3. \text{ حساب } \hat{Y}_t = \frac{\hat{\Phi}(B)}{\hat{\Theta}(B)} X_t$$

4. تقدير d لنموذج $ARFIMA(0, d, 0)$ بواسطة

$$(1 - B)^{\hat{d}} \hat{Y}_t = \epsilon_t \quad \text{قيمة } \hat{d} \text{ التي تم الحصول عليها في}$$

هذه الخطوة تكون هي التقدير الجديد لـ d .

5. تكرار الخطوات من 2 حتى 5، حتى تتقارب تقديرات

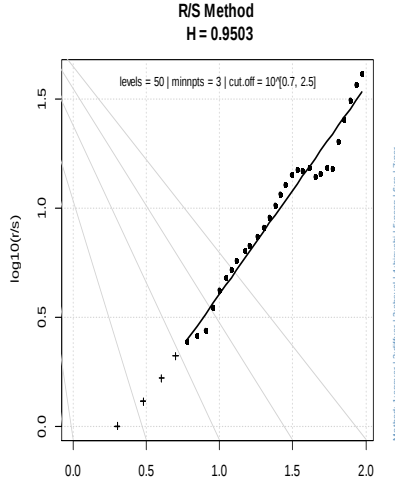
المعالم Θ, Φ, d (converge).

2- مرحلة التشخيص (Diagnostic Checking):

تعتبر هذه المرحلة من أهم وأخطر المراحل المتبعة لبناء النموذج لأنها تعطينا اطمئناناً ملموساً لملائمة معالم النموذج للفروض الإحصائية وبالتالي إمكانية استخدامها في التنبؤ. أهم ما يعتمد عليه تشخيص النموذج بصفة عامة هي إجراء العديد من الاختبارات والفحوص مثل: تحليل السكون، وتحليل الانعكاس، وأخيراً تحليل البواقي والذي بدوره ينقسم إلي عدة فحوص واختبارات مثل: رسم البواقي، فحص دالة الارتباط الذاتي للبواقي،

ب. رسم (R/S):

يمكن اعتبار ميل هذا الخط المستقيم في الشكل (3) كمقياس للتفريق بين عمليات الذاكرة القصيرة / الطويلة، حيث أن معظم عمليات الذاكرة القصيرة يتجه فيها هذا الميل نحو $\frac{1}{2}$ ، بينما في عمليات الذاكرة الطويلة فإن هذا الميل يكون أكبر $\frac{1}{2}$ من خلال الشكل (3) يظهر رسم R/S للسلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI) وكذلك يوضح قيمة H التي يتم حسابها متزامنة مع الرسم البياني باستخدام برنامج R والتي تعبر عن ميل الخط المستقيم، حيث من الواضح أن الميل المقدر أعلى من 0.5، مما يوضح على وجود ذاكرة طويلة.

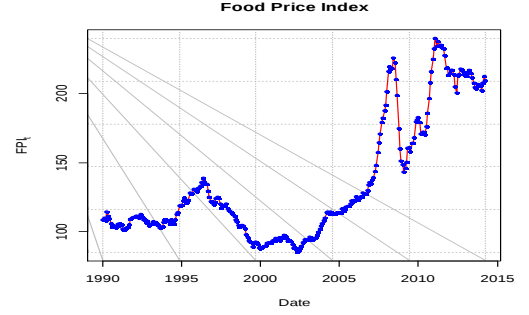


شكل (3): رسم R/S للسلسلة الزمنية

ج. رسم التباين (Variance Plot):

من خلال الشكل (4) يظهر رسم التباين للسلسلة الزمنية لأسعار الأغذية الأساسية (FPI)، وكذلك يبين ميل الخط المستقيم (slope = - 0.199) الذي يتم حسابه متزامناً مع إعداد الرسم من خلال برنامج R، حيث نلاحظ أن الميل المقدر أعلى من -1، مما يشير على وجود ذاكرة طويلة.

الأساسية (FPI) الخاصة بتطبيق منهجية ARFIMA. من أجل وصف السلسلة الزمنية (FPI) يتم رسم مشاهداتها للتعرف على السكون والاتجاه العام لها، والواضح من الشكل (1) أن السلسلة الزمنية غير مستقرة.



شكل (1): السلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأغذية (FPI)

1. اختبارات وجود الذاكرة الطويلة:

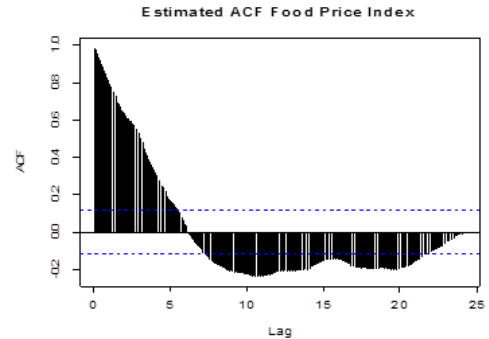
هناك العديد من الأشكال البيانية والاختبارات الاحصائية التي تستخدم للتحقق من خاصية الذاكرة الطويلة.

1.1. الأشكال البيانية للتحقق من وجود ذاكرة طويلة:

نقدم خمسة من هذه الأشكال البيانية للسلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI)، كالتالي:

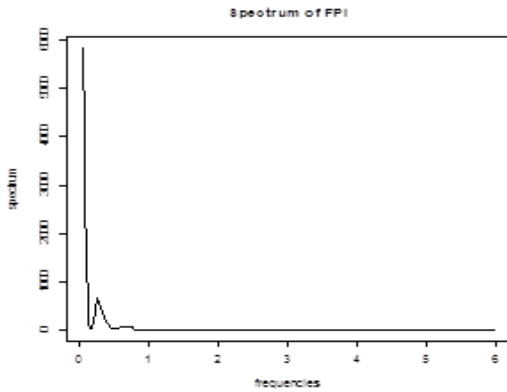
أ. رسم (ACF):

من خلال الشكل (2) يظهر رسم دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية لأسعار الأغذية الأساسية (FPI)، نلاحظ وجود تناقص بطيء لدالة الارتباط الذاتي، وهو ما يقترح علينا وجود نموذج ذو ذاكرة طويلة.



شكل (2): دالة الارتباط الذاتي (ACF) للسلسلة

الزمنية (FPI)



شكل (6): دالة الكثافة الطيفية للسلسلة الزمنية (FPI)

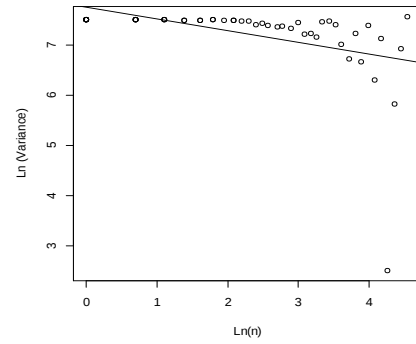
1.2. الاختبارات الإحصائية للتحقق من وجود ذاكرة طويلة:

نستعرض هنا نتائج أربعة من الاختبارات الإحصائية التي تسمح باكتشاف وجود ظاهرة الذاكرة الطويلة للسلاسل الزمنية، التي من خلالها يمكن حساب معامل يسمى بمعامل هورست (Hurst exponent) ويرمز له بالرمز (H) والذي يسمح بترتيب السلاسل الزمنية بدلالة طبيعة ذاكراتها كما بيّنا ذلك من خلال تحليل R/S.

جدول 1 نتائج الاختبارات الإحصائية لتقدير معامل هورست (H) لسلسلة (FPI)			
R/S Method	Aggregated Variance Method	Moment Method	Higuchi Method
H=0.9503	H = 0.745 Slope = -0.51	H= 0.84 Slope = -0.16	H=0.901 Slope = -1.1

تم عرض نتائج أربعة اختبارات مختلفة من خلال جدول (1)، حيث نلاحظ أن جميع قيم المعامل H جاءت كلها أكبر من 0.5 وتقرب من 1، مما يشير إلى تحقق خاصية الذاكرة الطويلة لسلسلة مؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI).

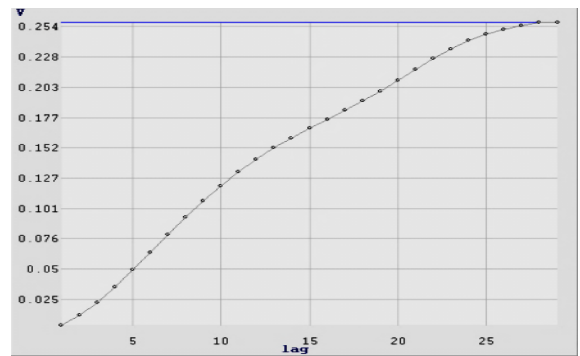
وبناءً على ما سبق، من خلال عرض كلاً من الأشكال البيانية ونتائج الاختبارات الإحصائية نستنتج أنه يمكن استخدام نموذج الذاكرة الطويلة الذي يضمن تقدير المعلمة d في حدود الفترة (0,0.5) من خلال نموذج ARFIMA(p,d,q)، لذلك ننقل



شكل (4): رسم التباين للسلسلة الزمنية

د. رسم (Variogram)¹:

من رسم Variogram للسلسلة الزمنية في الشكل (5) نلاحظ التدرج البطيء والممهد مع المنحنى مما يشير لوجود سلسلة ذات ذاكرة طويلة، وأيضاً نلاحظ أن الخط البياني ممهد غير متعرج، وهذا يتوافق تماماً مع الجانب النظري لهذا المفهوم.



شكل (5): رسم Variogram للسلسلة الزمنية (FPI)

أ. رسم دالة الكثافة الطيفية:

كذلك من خلال دالة الكثافة الطيفية نستطيع التحقق من وجود الذاكرة الطويلة من خلال التركيز النسبي للتكتلات حول الصفر. حيث يوجد تكتل حول الصفر وهو ما يشير إلى وجود ذاكرة طويلة.

¹ وجب التنويه أن هذا الشكل تم الحصول عليه من خلال برنامج (GSLIB software).

لذلك ننتقل لمرحلة تسكين السلسلة باستخدام عدة أساليب للفروق الكسرية تتوافق مع أسلوب ARFIMA.

3. تقدير الفرق الكسري (d):

هناك العديد من طرق التقدير للفروق الكسرية، في بحثنا هذا اعتمدنا في تقديرنا لإيجاد الفروق الكسرية على ثلاث طرق هي: أولاً: حساب قيمة معامل هورست H من خلال استخدام طريقة تحليل R/S.

ثانياً: طريقة (GPH) Geweke and Porter-Hudak.

ثالثاً: طريقة (Reisen (1994 أو (dSperio).

جدول (3) يوضح قيم الفروق الكسرية بالطرق الثلاث، حيث كانت قيمة الفرق الكسري من خلال استخدام تحليل R/S (معامل هورست) هي 0.4503، ومن خلال تقدير GPH هي 0.982، وكانت قيمة الفرق الكسري من خلال تقدير dSperio هي 0.418 كما هو موضح بالجدول (3).

جدول 3 نتائج تقديرات الفروق الكسرية d بالطرق الثلاث	
Method	(d)
R/S Analysis, $d = H - 0.5$	0.4503
Geweke and Porter-Hudak Estimator for ARFIMA(p,d,q) (GPH)	0.981851
Sperio Estimate for 'd' in ARFIMA(p,d,q) (dSperio)*	0.418

*Exponent of the bandwidth used in the regression equation used = 0.3, exponent of the bandwidth used in the regression equation = 0.74.

الجدول من (4-6) والأشكال البيانية من (7-9) التالية توضح نتائج اختبار ADF واختبار PP بعد أخذ الفرق الكسري لمؤشر السلسلة الزمنية FPI حيث أظهرت سكون السلسلة لجميع طرق التقدير المستخدمة.

جدول 4 نتائج اختبار ADF، PP لسلسلة FPI بعد إجراء الفروق الكسرية عليها باستخدام طريقة R/S				
طرق التقدير	الاختبار	القيمة	المعنوية	الحالة
تقدير R/S $d=0.4503$	اختبار (ADF)	-4.5736	0.01	مستقرة
	اختبار (PP)	-37.5404	0.01	مستقرة

لمرحلة فحص السكون أو استقرار السلسلة بيانياً وأيضاً من خلال اختبارات احصائية.

2. استقرار السلسلة واختبارات جذور الوحدة (Unit

(Root Test):

نختبر استقرار السلسلة الزمنية بيانياً، ثم حسابياً بواسطة اختبارات جذور الوحدة ديكي-فولار؛ وفيليب - بيرون، للتعرف على سكون السلسلة، في حال تبين عدم سكون السلسلة، يجب أن نعمل على تسكينها من خلال الطرق المتاحة، ففي أسلوب ARFIMA يمكن تسكين السلسلة من خلال الفروق الكسرية مباشرة ومتزامنة مع مرحلة التقدير لمعالم النموذج، وتعتبر هذه من مميزات هذا الأسلوب كما سنرى ذلك من خلال التحليل في البنود التالية :

2.1. رسم سلسلة مؤشر أسعار الاغذية الاساسية (FPI):

من الواضح أنه من خلال شكل (1)، نلاحظ استقرار في السلسلة الزمنية في الفترة الزمنية 1990 حتى 1997 م، أما بعد ذلك فيبدو أن للأزمة الاقتصادية العالمية تأثيرها على استقرار السلسلة الزمنية ويبدو ذلك جلياً من خلال الشكل البياني ونلاحظ أن السلسلة الزمنية (FPI) منذ 1997 حتى 2013 م غير مستقرة.

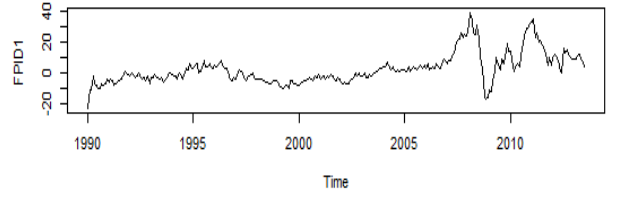
2.2. اختبارات جذور الوحدة:

من خلال اختبار (Augmented Dickey-Fuller Test) و اختبار ADF (Phillips-Perron Test for Unit Roots) يمكن فحص استقرار السلسلة الزمنية حيث الفرضية العدمية لوجود جذور الوحدة مقابل الفرضية البديلة عدم وجود جذور الوحدة ، نلاحظ النتائج من خلال جدول (2) لاختبار PP، ADF لمؤشر السلسلة الزمنية FPI أظهرت وجود جذور الوحدة مما يدل على عدم استقرار السلسلة.

جدول 2 نتائج اختبار ADF، PP لسلسلة FPI			
الاختبار	القيمة	المعنوية	الحالة
اختبار ديكي - فولار (ADF)	-2.139	0.52	غير مستقرة
اختبار فيليب - بيرون (PP)	-7.17	0.708	غير مستقرة

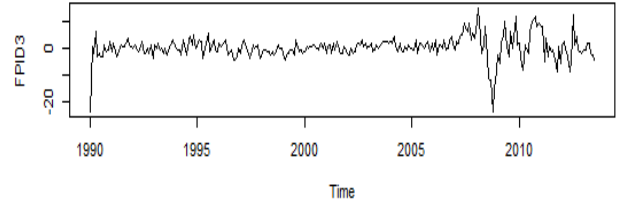
4. مرحلة التعرف والتقدير للنموذج:

وجب التنويه هنا أن الباحثان قاما بتطبيق منهجية بوكس وجينكينز أولاً- قبل تطبيق أسلوب أرفيما- على السلسلة الزمنية الخاصة بمؤشر أسعار الغذاء (FPI) وذلك لجميع تباديل النموذج حتى الرتبة الثانية وقد فشلت جميعها في الحصول على نموذج واحد يتجاوز كل هذه الفحوص والاختبارات النظرية المطلوبة، لذلك تم الاكتفاء في هذا التحليل بنموذج واحد فقط لنماذج ARIMA تجنباً للتكرار، ليكون حالة خاصة تبين مدى ضعف أسلوب أرفيما أمام أسلوب أرفيما خاصة عندما يتعلق الأمر بالسلاسل الزمنية طويلة المدى، وقد ظهر ذلك الضعف جلياً عند مقارنة نموذج أرفيما بجميع نماذج أرفيما حتى التي فشلت من نماذج أرفيما- في تجاوز بعض الاختبارات والفحوص حققت نتائج أفضل من نتائج أرفيما كما سنوضح ذلك من خلال التحليل. لكن هذه الدراسة تعتبر حالة خاصة ولا يمكن تعميم نتائجها بشكل عام، ولكي تعمم النتائج في مثل هكذا دراسات يجب العمل على دراسات مقارنة خاصة وذلك باستخدام أسلوب المحاكاة بين أسلوب أرفيما وأسلوب أرفيما، وتكون هذه الدراسات شاملة لجميع نقاط الخلاف بحيث تظهر مميزات وعيوب كل أسلوب على حدة، وقد تم ذكر ذلك من خلال توصيات هذه الدراسة. جدول (7) يوضح تباديل النموذج لكل طريقة من طرق التقدير المستخدمة للفروق الكسرية، وأيضاً ثلاثة من أهم المعايير الإحصائية المعروفة هي AIC، BIC، RMSE لكل نموذج، والتي تستخدم عادة للمفاضلة بين النماذج المطروحة بناءً على أقل قيمة لهذه المعايير، وكذلك سيتم إدراج مخرجات نموذج ARIMA(2,1,2) لمقارنته أيضاً مع نماذج ARFIMA، وتجنباً للتكرار فقد تم تثبيت معالم الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة عند الرتبة الثانية لنموذج ARIMA الذي تم تسكين السلسلة الزمنية له عند الفروق الأولى، ليتم مقارنتها مع نماذج ARFIMA كما يلي:



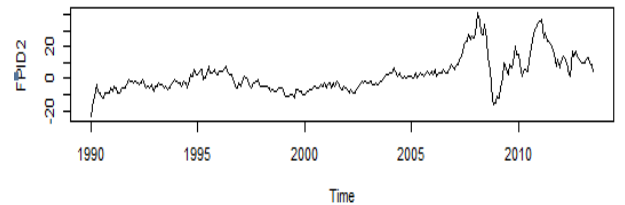
شكل (7): السلسلة الزمنية (FPI) بعد أخذ الفرق الكسري

جدول 5 نتائج اختبار ADF، PP لسلسلة FPI بعد اجراء الفروق الكسرية عليها باستخدام طريقة GPH				
طرق التقدير	الاختبار	القيمة	المعنوية	الحالة
تقدير GPH d=0.981851	اختبار (ADF)	-5.9461	0.01	مستقرة
	اختبار (PP)	-17.58	0.01	مستقرة



شكل (8): السلسلة الزمنية (FPI) بعد أخذ الفرق الكسري

جدول 6 نتائج اختبار ADF، PP لسلسلة FPI بعد اجراء الفروق الكسرية عليها باستخدام طريقة dSperio				
طرق التقدير	الاختبار	القيمة	المعنوية	الحالة
تقدير dSperio d=0.418	اختبار (ADF)	-4.5306	0.01	مستقرة
	اختبار (PP)	-29.9541	0.01	مستقرة



شكل (9): السلسلة الزمنية (FPI) بعد أخذ الفرق الكسري

باستخدام تقدير dSperio

جدول 7 جدول AIC, BIC and RMSE لنماذج ARFIMA المقدرة**					
D	النموذج	AIC	BIC	RMSE	Sig *
d= 0.45 حسب تقدير R/S	(1,d,0)	1505.48	1516.41	3.41	0.485
	(1,d,1)	1506.28	1520.86	3.4	0.538
	(2,d,0)	1505.96	1520.55	3.4	0.568
	(2,d,1)	1505.62	1523.85	3.38	0.761
	(1,d,2)	1504.34	1522.57	3.38	0.885
	(2,d,2)	1504.4	1527.28	3.37	0.936
d=0.981 حسب تقدير GPH	(1,d,0)	1538.69	1549.63	3.63	0.221
	(1,d,1)	1535.26	1549.84	3.59	0.839
	(2,d,0)	1533.92	1548.5	3.58	0.948
	(0,d,2)	1544.13	1558.72	3.64	0.089
	(2,d,1)	1535.64	1553.86	3.58	0.908
	(1,d,2)	1535.38	1553.61	3.57	0.903
	(2,d,2)	1537.36	1559.24	3.58	0.848
d=0.418 حسب تقدير dSperio	(1,d,0)	1505.6	1516.54	3.4	0.265
	(1,d,1)	1505.38	1519.96	3.4	0.433
	(2,d,0)	1504.79	1519.37	3.39	0.498
	(2,d,1)	1503.49	1521.71	3.37	0.859
	(1,d,2)	1503.01	1521.23	3.37	0.843
	(2,d,2)	1503.81	1525.69	3.36	0.931
إدراج مخرجات نموذج ARIMA(2,1,2) للمقارنة مع نماذج ARFIMA					
ARIMA	(2,1,2)	1536.75	1555.14	3.30	0.46

* قيمة الدلالة المناظرة لاختبار بوكس وبيرس المعدل.

** تعذر برنامج R في تقدير معالم ومخرجات النموذجين ARFIMA(0,d,2) حسب تقدير كل من: R/S و dSperio.

5. مرحلة التشخيص:

بناءً على ما سبق من مخرجات مرحلة التعرف والتقدير يكون قد وقع الاختيار على طريقتي التقدير (تقدير R/S، وتقدير dSperio) الأولى والثالثة، حيث كانت قيمة الفرق الكسري لهما في حدود الفترة (0.05) مما يضمن لنا نموذج ARFIMA ذو ذاكرة طويلة كما بيّنا ذلك في إطارها النظري، وسيتم تجاهل الطريقة الثانية حسب تقدير GPH بسبب إعطائها تقديراً للفرق الكسري أكبر من 0.5 حيث تخرجنا من نطاق ما نركز عليه بخصوص نموذج ARFIMA المتميز بذاكرة طويلة. خلال هذه المرحلة من التحليل، من المهم توضيح أن المطلوب مقارنة النماذج المختلفة حسب القدرة التنبؤية بناءً على معيار RMSE وبالتأكيد

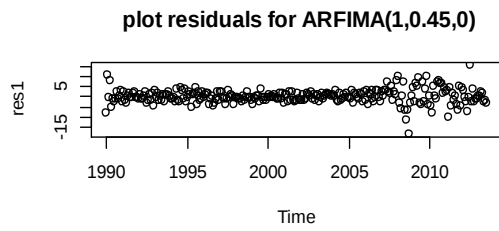
من النظر إلى الجدول (7) وخاصةً لمخرجات نموذج ARFIMA نرى أن أقل قيمة AIC هي للنموذج ARFIMA(1,0.418,2)، بينما كانت أقل قيمة BIC هي للنموذج ARFIMA(1,0.45,0) حيث يتم استخدام هذان المعياران للمفاضلة بين تقدير معالم النماذج، وكانت أقل قيمة RMSE هي للنموذج ARFIMA(2,0.418,2) مقارنةً مع نماذج أرفيما، ويعتبر هذا المعيار من معايير مقاييس دقة التنبؤ للنماذج، كذلك نلاحظ أن نموذج ARIMA(2,1,2) حقق أقل قيمة للمعيار RMSE مقارنةً مع نماذج ARFIMA.

جدول 8 قيم كاي تربيع و p -value بين الأقواس لاختبار بوكس بيرس المعدل			
Lag 36	Lag 24	Lag 12	
41.2179 (0.2171)	26.8032 (0.2644)	10.5163 (0.4846)	ARFIMA(1,0.45,0)
34.1261 (0.4133)	18.3034 (0.6297)	4.8947 (0.8434)	ARFIMA(1,0.418,2)
30.4819 (0.5434)	16.117 (0.7093)	3.0499 (0.9312)	ARFIMA(2,0.418,2)
31.7073 (0.4813)	19.1467 (0.5123)	3.3072 (0.9136)	ARFIMA(2,0.45,2)
37.959 (0.2161)	25.4422 (0.185)	7.7805 (0.4552)	ARIMA(2,1,2)

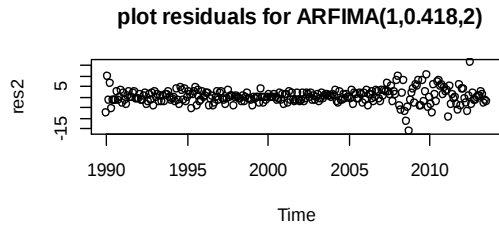
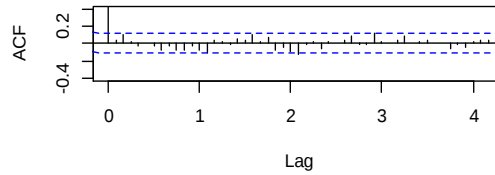
يعرض الجزء الأيسر من شكل (10) رسم البواقي لنماذج ARFIMA الأربعة والذي يبدو خالياً من الأنماط والتحركات المنتظمة التي يمكن أن تستخدم لتحسين النموذج، حيث نلاحظ تشابه كبير بين رسم البواقي للنماذج الأربعة حيث تتأرجح البيانات بشكل عشوائي حول خط الصفر، أما بخصوص رسم دالة الارتباط الذاتي للبواقي المعروض في الجزء الأيمن من الشكل نفسه (10) للنموذج ARFIMA(2,0.418,2) يُبين حقيقة ملائمة هذا النموذج إلى حد كبير، حيث يقع كل معامل ارتباط ذاتي للبواقي داخل فترة الثقة للعينات الكبيرة أي أن شكل دالة الارتباط الذاتي للبواقي خالية من الضوضاء وهذا دليل آخر على أن الأخطاء ε_t تمثل تغيرات عشوائية بحتة (Pure Random Error).

وبالمقارنة مع النموذجين ARFIMA(1,0.45,0)، ARFIMA(1,0.418,2) واللذين يحتوي شكل دالة الارتباط الذاتي للبواقي لهما على ضوضاء، وهذا أيضاً يأتي لصالح اختيار النموذجين ARFIMA(2,0.418,2)، و ARFIMA(2,0.45,2) للاعتماد والاستخدام في المرحلة المقبلة وهي مرحلة التنبؤ.

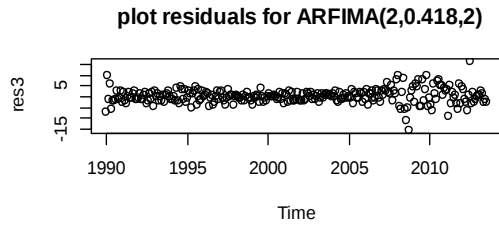
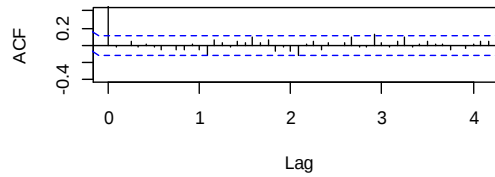
سنعمل على المفاضلة بين هذه النماذج المبدئية أي نماذج ARFIMA بناءً على أقل المعايير المعروضة بالإضافة إلى نموذج آخر من نماذج ARFIMA وهو ARFIMA (2,0.45,2) وذلك بناءً على أنه حقق ثاني أقل قيمة للمعيار الخاص بدقة التنبؤ (RMSE=3.37) بفارق ضئيل وكذلك حققت قيمة الدلالة الإحصائية المناظرة لاختبار بوكس وبيرس المعدل (Ljung-Box) قيمة أعلى مما حققه النموذج الأدنى لهذا المعيار، وأخيراً سيتم إضافة نموذج ARIMA(2,1,2) مع ملاحظة أنه حقق أقل قيمة للمعيار الخاص بقياس دقة التنبؤ (RMSE=3.30) مقارنةً مع نماذج ARFIMA. نلاحظ من خلال جدول (8) قيم إحصاء كاي تربيع وقيم p -value بين الأقواس لاختبار بوكس-بيرس المعدل (Ljung-Box) عند الفجوات الزمنية $K=12,24,36$ والتي تستخدم في تشخيص النموذج، حيث نلاحظ أن قيم p -value المناظرة لهذه الفجوات كبيرة نسبياً أي أكبر من 0.05، فعند $K=12$ نجد أن قيمة p المناظرة لهذا الإحصاء تساوي 0.4846، 0.8434، 0.9312، 0.9136، و 0.4552 على الترتيب لكل نموذج على حده من النماذج المختارة للمفاضلة، وهذا يدل على وجود نمط عشوائي جماعي في أول 12 معامل ارتباط ذاتي للأخطاء وبالمثل تدل قيمة p -value المناظرة لهذا المقياس عند $K=24$ ، $K=36$. ولكن عند التدقيق والمقارنة بين قيم ال- p -value لكل النماذج معاً، نلاحظ أن النموذج- ARFIMA(2,0.418,2) - يحقق أعلى قيم ل- p -value وبالاكتفاء إلى نموذج ARIMA نلاحظ أنه يحقق أقل قيم لل- p -value وكذلك يحقق أيضاً أقل قيمة للدلالة المناظرة لاختبار بوكس وبيرس المعدل حيث بلغت 0.46 مقارنةً مع النماذج الأخرى، وهذا أول مؤشر على ضعف نموذج ARIMA بالمقارنة مع نماذج ARFIMA.



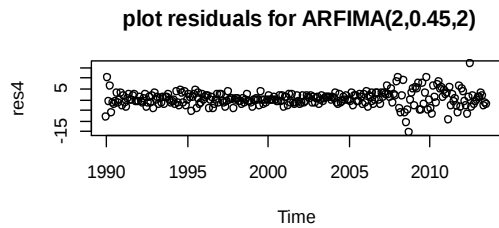
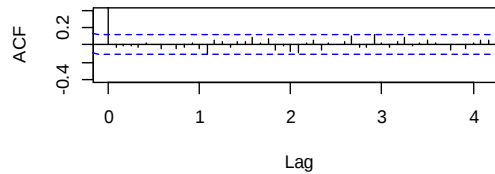
Estimated ACF for residuals of ARFIMA(1,0.45,0)



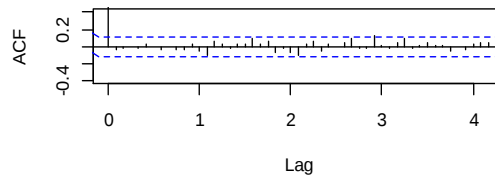
Estimated ACF for residuals of ARFIMA(1,0.418,2)



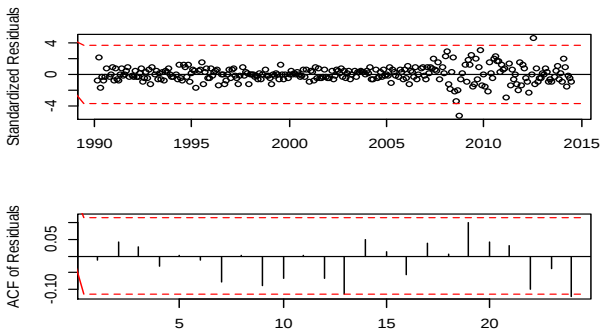
Estimated ACF for residuals of ARFIMA(2,0.418,2)



Estimated ACF for residuals of ARFIMA(2,0.45,2)



شكل (10): البواقي للنماذج المقدرة ودالة الارتباط الذاتي لبواقي النماذج المقدرة

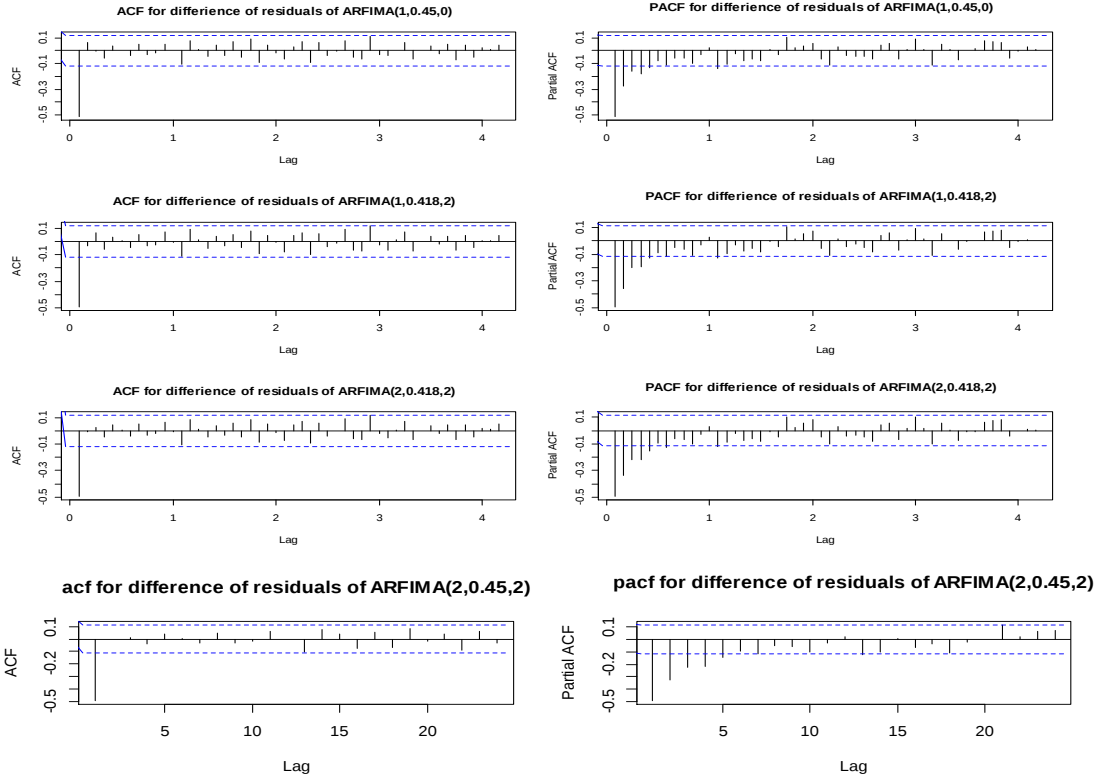
شكل (11): رسم البواقي لنموذج $ARIMA(2,1,2)$ ودالة الارتباط

الذاتي للبواقي

الشكل (11) خاص بنموذج ARIMA، واضح أن رسم البواقي في الشكل العلوي للرسم لا يختلف عن نماذج ARFIMA كما جاءت في الشكل (10)، بينما رسم دالة الارتباط الذاتي لبواقي نموذج ARIMA ضعيف بالمقارنة مع نماذج ARFIMA لاحتوائه على العديد من النتوءات خلال الفجوات الزمنية الأولى (أول 25 فجوة)، وهذا مؤشر آخر لصالح نماذج ARFIMA على حساب نموذج ARIMA.

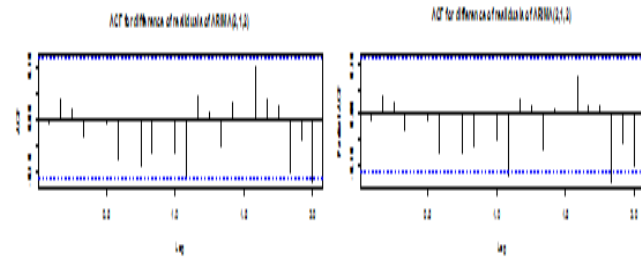
الزمنية الأولى بينما تتلاشى دالة الارتباط الجزئي تدريجياً لكل نموذج على حدة. وبذلك تكون هذه جميع الاختبارات التي أجريت على البواقي للنماذج المقترحة جاءت داعمة لصالح النموذج $ARFIMA(2,0.418,2)$ ومتفقة مع الفروض النظرية التي تعتمد عليها النماذج مما يزيد الثقة في كفاءة هذا النموذج.

من خلال شكل (12) الخاص بنماذج ARFIMA، وبفحص اختبار الفروق الأولى للبواقي الناتجة من النماذج المقترحة اتضح أنها عبارة عن نماذج $MA(1)$ وهذا مؤشراً آخر على أن الأخطاء ε_t تمثل عملية تغيرات عشوائية بحتة (شعراوي، 2005: 288)، حيث تبدو دالة الارتباط الذاتي وكأنها تنقطع فجأة بعد الفجوة



شكل (12): $ACF, PACF$ للفروق الأولى لبواقي نماذج ARFIMA

أما الشكل (13) يعرض في جزئه الأيسر دالة الارتباط الذاتي للفروق الأولى لبواقي نموذج $ARIMA(2,1,2)$ ونلاحظ كأنها تنقطع فجأة بعد الفجوة الزمنية الأولى ولكنها تعود بعد عدة فجوات، وكذلك نلاحظ أن الجزء الأيمن من الشكل نفسه والذي يعبر عن دالة الارتباط الجزئي للفروق الأولى لبواقي نموذج $ARIMA$ لا تتلاشى تدريجياً كما هو الحال في نماذج ARFIMA السابقة الذكر وإنما تعود بعد عدة فترات، لذا هذا الشكل لا يعبر بأي حال من الأحوال عن نموذج متوسطات متحركة من الرتبة الأولى $MA(1)$ كما بينت لنا جميع نماذج ARFIMA (شعراوي، 2005: 386)، لذلك نستنتي نموذج أريما من المقارنة.



شكل (13): $ACF, PACF$ للفروق الأولى لبواقي نموذج ARIMA

إن ما تم استنتاجه من مرحلة التشخيص، هو تفوق نموذج $ARFIMA(2,0.418,2)$ وهو صاحب أصغر RMSE لنماذج أريما والتي تعتبر معياراً لمقياس دقة التنبؤ على باقي النماذج

والتأكد من إجراء جميع الفحوص والاختبارات الإحصائية الضرورية لتشخيص النموذج الذي اختير في المراحل السابقة.

في مجال تقويم نماذج ARFIMA الثلاثة في التنبؤ حيث تم استخدام بيانات السلسلة الأصلية من شهر يناير/1990 حتى شهر يوليو/2013م، لتقدير معالم النموذج والتنبؤ بالملاحظات العشر التالية أي التنبؤ بالملاحظات من أغسطس/2013 حتى مايو/2014م، لذلك سنعمل مقارنة أخيرة بين ثلاثة نماذج من خلال هذه المرحلة وهي مرحلة التنبؤ بالاعتماد على النماذج التي حققت أقل قيم للمعايير الثلاثة، والنماذج هي: $ARFIMA(1,0.45,0)$ ، $ARFIMA(1,0.418,2)$ ، $ARFIMA(2,0.418,2)$ ثم مقارنة هذه التنبؤات بالقيم الفعلية المرصودة، ويعطي الجدول (9) التالي القيم الفعلية والتنبؤات لها.

المقترحة بتجاوز كل الاختبارات التشخيصية والفحوص البيانية اللازمة للفروض النظرية.

أخيراً وجب التنويه إلى النتيجة التي توصلنا إليها وهي تفوق نموذج $ARFIMA(2,0.418,2)$ على النموذج $ARIMA(2,1,2)$ صحيحة فقط في دراسة هذه الحالة وليس بشكل عام، لأن الإثبات كان فقط عملياً لحالة دراسية واحدة وليس من الناحية النظرية، لذلك لا يمكن التعميم في هذه الحالة إلا من خلال اثبات رياضي أو عمل محاكاة Simulation لعدد كبير من المرات وقد تم ذكر ذلك من خلال التوصيات.

6. مرحلة التنبؤ:

التنبؤ هو المرحلة الأخيرة من مراحل التحليل الحديث للسلاسل الزمنية وأنه لا يمكن الانتقال إلى هذه المرحلة إلا بعد الانتهاء

جدول 9 مقارنة التنبؤات لسعر الغذاء العالمي لـ 10 أشهر قادمة للنماذج الثلاثة

التنبؤات ARFIMA (2,0.418,2)	التنبؤات ARFIMA (1,0.418,2)	التنبؤات ARFIMA (1,0.45,0)	القيم الفعلية	السنة	الشهر
209.4402	209.3982	210.0070	204.5	2013	Aug
208.9130	208.9464	209.2702	203.7	2013	Sep
208.4921	208.5856	208.6826	206.6	2013	Oct
208.1560	208.2974	208.2137	205.7	2013	Nov
207.8875	208.0672	207.8393	206.2	2013	Dec
207.6730	207.8831	207.5403	203.2	2014	Jan
207.5015	207.7360	207.3015	208.6	2014	Feb
207.3644	207.6184	207.1105	213.8	2014	Mar
207.2548	207.5244	206.9579	211.5	2014	Apr
207.1672	207.4492	206.8359	210.4	2014	May

وبذلك يكون هذا النموذج الأمثل بناءً على كل ما سبق، لذلك أخيراً سيتم اختيار هذا النموذج كنموذج نهائي للدراسة يمكن الاعتماد عليه في التنبؤ المستقبلي للسلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI).

بعد استخدام النماذج الثلاثة في التنبؤ وعرضها بالجدول (9)، نلاحظ أن الاختلافات بسيطة جداً بين نتائج النماذج الثلاثة، وهذه النتيجة التي نوّدها أن نوضحها من خلال استخدامنا لهذه المعايير الثلاثة لنبين لماذا يمكن الاعتماد على معيار واحد فقط لاختيار النموذج كما في أغلب الدراسات وأيضاً لنبين مدى قوة هذه المعايير، ولكن لمزيد من الدقة في الاعتماد على نموذج واحد فقط، عند النظر إلى فترات الثقة من خلال الجدول (10) وعمل مقارنة عند أول شهر لاختيار النموذج الذي يحقق أصغر فترة ثقة، نستنتج أن النموذج $ARFIMA(2,0.418,2)$ هو صاحب أصغر فترة ثقة

النتائج:

- تشير الاختبارات الإحصائية الحسابية والبيانية أن السلسلة الزمنية لمؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI) تتميز بخاصية الذاكرة الطويلة.
- بالاعتماد على نتائج كل من اختبار ديكي - فولار (ADF) واختبار فيليب-بيرون (PP) نجحت الفروق الكسرية لكل الطرق المستخدمة من تسكين السلسلة الزمنية (FPI).
- تفوق النموذج ARFIMA(2,0.418,2) في اجتياز جميع الفحوص والاختبارات التشخيصية بنجاح على أربعة نماذج ARFIMA.
- تفوق النموذج ARFIMA(2,0.418,2) على النموذج ARIMA(2,1,2).
- تفوق طريقة dSperio لتقدير الفروق الكسرية على كل من طريقة تحليل R/S وطريقة (GPH) Geweke & Porter-Hudak، في بناء نموذج ARFIMA المطلوب.
- التنبؤات تشير إلى ارتفاع مؤشر أسعار الأغذية الأساسية (FPI) في الفترة الزمنية موضع البحث والمتمثلة من يونيو/2014 حتى ديسمبر/2014 بالاعتماد على ARFIMA(2,0.418,2).

التوصيات:

- العمل على تقدير الفروق الكسرية للسلاسل الزمنية بكل الطرق المتاحة، والمقارنة بينها واستخلاص عيوب ومميزات كل طريقة من طرق التقدير.
- استخدام طرق المحاكاة (Simulation) والاعتماد عليها لدراسة نماذج ARFIMA.
- مقارنة نماذج ARFIMA مع النماذج الإحصائية الأخرى وخاصة مع نماذج أريما باستخدام طرق المحاكاة.
- الاهتمام بنماذج ARFIMA للسلاسل الزمنية غير المستقرة، التي تكون الفروق الكسرية لها أكبر من 0.5 أي ($d > 0.5$).
- نوصي الدول والمتخصصين كل بحسب اهتمامه لنوعية الأغذية الأساسية، المعنيين بدراساتها، بالعمل على بناء نماذج ARFIMA للسلاسل الزمنية الخاصة بكل مؤشر من أسعار

جدول 10 فترات الثقة لنماذج ARFIMA الثلاثة عند أول شهر فقط			
الحد الأعلى للفترة 95	الحد الأدنى للفترة 95	النموذج	الشهر/السنة
223.3631	196.4890	ARFIMA (1,0.45,0)	Aug/2013
222.7455	195.3115	ARFIMA (1,0.418,2)	
222.7021	196.0100	ARFIMA (2,0.418,2)	

جدول (10) يبين فترات الثقة لنماذج ARFIMA الثلاثة عند شهر أغسطس/2013 من خلال عرض الحد الأدنى والحد الأعلى لكل فترة ثقة عند مستوى 95% وذلك لمقارنة فترات الثقة.

جدول (11) نعرض من خلاله التنبؤ لسعر الغذاء العالمي لـ 7 أشهر قادمة وفترات الثقة بالاعتماد على النموذج ARFIMA(2,0.418,2)، وذلك بعد زيادة مشاهدات السلسلة الزمنية الأصلية لتوفر البيانات الحقيقية حتى شهر مايو/2014.

جدول 11 التنبؤ بسعر الغذاء العالمي لـ 7 أشهر قادمة بالاعتماد على النموذج ARFIMA(2,0.418,2)				
الحد الأعلى	الحد الأدنى	التنبؤات	السنة	الشهر
225.0433	197.9156	211.4080	2014	Jun
232.4807	191.5830	211.6466	2014	Jul
238.7340	186.7877	211.8416	2014	Aug
244.7444	182.6683	212.0009	2014	Sep
250.4001	178.1809	212.1310	2014	Oct
256.1428	173.9833	212.2373	2014	Nov
260.5876	169.8445	212.3241	2014	Dec

الجدول (11) نعرض من خلاله التنبؤ لسعر الغذاء العالمي لـ 7 أشهر قادمة وفترات الثقة بالاعتماد على النموذج ARFIMA(2,0.418,2)، وذلك للسلسلة الزمنية الأصلية الحقيقية (FPI) من شهر يناير/ 1990 حتى شهر مايو/2014، وبالاعتماد على الجدول (11) السابق يمكننا أن نلاحظ أن التنبؤات تشير إلى ارتفاع طفيف لمؤشر (FPI) في الفترة الزمنية موضع البحث والمتمثلة من يونيو/ 2014 حتى ديسمبر/2014.

- Beran, J. **Statistics for Long Memory Processes**. Chapman and Hall. New York, USA (1994).
- Box, G. E.P., and Jenkins, G. M. **Time Series Analysis; Forecasting and Control**. Ed: 2nd, Holden-Day: San Francisco (1976).
- Brockwell, P. J. and Davis, R. A. **Time Series: Theory and Methods**. Springer-Verlag: New York, USA (1991).
- Chen, Y. Q., Sun, R., and Zhou, A. An Improved Hurst Parameter Estimator Based on Fractional Fourier Transform. *Telecommun. Syst*, 43(3-4), (2010) 197-206.
- Erfani, A., and Samimi, A. Long Memory Forecasting of Stock Price Index Using a Fractionally Differenced Arma Model. *Tehran, Iran, Journal of Applied Sciences Research*, 5(10), (2009) 1721-1731.
- Geweke, J., and Porter-Hudak, S. The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4), (1983) 221-238.
- Granger, C. W.J., and Joyeux, R. An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing. *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 1, (1980) 15-29.
- Hosking, J. Fractional Differencing. *Biometrika*, 68(1), (1981) 165-176.
- Hurst, H. R. Long-term Storage in Reservoirs. *Trans. Am. Soc. Civil Eng.*, Vol. 116, (1951) 770-799.
- Ibrahim, L. K., Asare, B. K., Yakubu, M. and Dauda, U. Modeling of Sokoto Daily Average Temperature: A Fractional Integration Approach. *Nigerian Journal of Basic and Applied Science*, 19(1), (2011) 21-30.
- John W. Galbraith, Victoria Zinde. Autoregression-Based Estimators for ARFIMA Models. *CIRANO*, (2001) 01-44.
- Karia, A., Bujang, I., and Ahmad, I. Fractionally Integrated ARMA for CPO Prices Prediction: Case of Potentially over Differenced. *Universiti Teknologi MARA (UiTM) Shah Alam, International Trade & Academic Research Conference (ITARC)*, London. UK., 7-8th November, (2012) 2735-2748.

الأغذية الأساسية الخمسة: أسعار اللحوم، أسعار منتجات الألبان، أسعار الحبوب، أسعار الزيت والدهون، أسعار السكر، لبناء استراتيجياتهم وخططهم المستقبلية بناءً على نتائج البحث.

- كما نوصي الباحثين في مجال الإحصاء الرياضي، الاهتمام بعمليات التكامل الكسرية، وكيفية تعميمها، خاصة فيما يتعلق بالمنطق الرياضي لعمليات اشتقاق الدوال.

المراجع:

أولاً: المراجع العربية:

- بري، عدنان، طرق التنبؤ الإحصائي. الجزء الأول، جامعة الملك سعود، السعودية (2002م).
- ساهد، عبد القادر، ومكيدش، محمد، استخدام نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA للتنبؤ بأسعار البترول. مجلة البحوث الاقتصادية والمالية، العدد (01)، (2014م) 59-74.
- شعراوي، سمير، مقدمة في تحليل السلاسل الزمنية. الطبعة الأولى، جامعة الملك عبد العزيز، الرياض، السعودية (2005م).
- شكوري، سيدي محمد، وفرة الموارد الطبيعية والنمو الاقتصادي دراسة حالة الاقتصاد الجزائري-دراسة ميدانية، رسالة دكتوراه في العلوم الاقتصادية، جامعة أبي بكر بلقايد- تلمسان، الجزائر (2011-2012م).
- الفاو، مؤشرات منظمة الأغذية والزراعة التابعة للأمم المتحدة. (نسخة الكترونية)، (2014م). الاطلاع على المقالة 2014 من <http://www.fao.org/home/ar>.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

- Akaike, H. Statistical Predictor Identification. *Ann. Inst. Statist. Math.*, Vol. 22, (1970) 203-217.
- Akaike, H. Maximum Likelihood Identification of Gaussian Autoregressive Moving Average Models. *Biometrika*, 60(2), (1973b) 255-265.
- Baillie, R. T. Long Memory Processes and Fractional Integration in Economics. *Journal of Econometrics*, Vol. 73, (1996) 5-59.
- Baillie, R. T., Bollerslev, T., and Mikkelsen, H. O. Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, Vol. 74, (1996) 3-30.

- Rust, H. Spectral Analysis of Stochastic Processes, Nonlinear Dynamics Group. University of Potsdam, *Lecture Notes for the E2C2 / GIACS Summer School*, Comorova, Romania September, (2007) 01-76.
- Sheng, H., Chen, Y. Q., and Qiu, T. On the Robustness of Hurst Estimators. *IET Signal Process*, 5(2), (2011) 209–225.
- Sowell, F. Modeling Long-Run Behavior with the Fractional ARIMA-Model. *Journal of Monetary Econometrics*, Vol. 29, (1992b) 277-302.
- Sun, Y. Modeling Long-Memory Time Series with Sparse Autoregressive Processes. *Journal of Uncertain Systems*, 6(4), (2012) 289-298.
- Sun, R., Chen, Y. Q., and Li, Q. The Modeling and Prediction of Great Salt Lake Elevation Time Series Based on ARFIMA. *Proc. ASME 2007 Int. Design Engineering Technical Conf. and Computers and Information in Engineering Conf*, (2007).
- Taqqu, M. S. Teverovsky, V., and Bellcore, W. W. Estimators for Long-Range Dependence: an Empirical Study. *Fractals*, Vol. 3, (1995) 785-788.
- Kurita, T. A Forecasting Model for Japan's Unemployment Rate. *Eurasian Journal of Business and Economics*, 3(5), (2010) 127-134.
- Lo, A. W. Long-Term Memory in Stock Market Prices. *Econometrica*, 59(5), (1991) 1279-1313.
- Mostafaei, H., and Sakhabakhsh, L. Modeling And Forecasting Of OPECOil Prices With ARFIMA Model. *International Journal of Academic Research*, 3(1), Part III, (2011).
- Ooms, M., and Doornik, J. A. Inference and Forecasting for Fractional Autoregressive Integrated Moving Average Models, with an Application to US and UK Inflation. *Econometric Institute Research Papers EI 9947/A*, Erasmus University Rotterdam, Erasmus School of Economics (ESE), Econometric Institute (1999).
- Reisen, V., Abraham B., and Lopes S. Estimation of Parameters in ARFIMA Processes: A Simulation Study. *Commun Stat Simul Comput*, 30(4), (2001) 787-813.
- Reisen, V. A. Estimation of the Fractional Difference Parameter in the ARIMA(p,d,q) Model Using the Smoothed Periodogram. *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 15, (1994) 335–350.